

УДК 538.911

## МОЛЕКУЛЯРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ВОДЫ В УЗКИХ ЩЕЛЕВЫХ ПОРАХ

© 2023 г. Ю. Д. Фомин<sup>1</sup>\*, Е. Н. Циок<sup>1</sup>, С. А. Бобков<sup>2</sup>, В. Н. Рыжов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт физики высоких давлений им. Л.Ф. Верещагина РАН,  
Калужское шоссе, стр. 14, Москва, Троицк, 108840 Россия

<sup>2</sup>Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Федеральный центр  
коллективного пользования научным оборудованием “Комплекс моделирования и обработки данных  
исследовательских установок мега-класса”, площадь Академика Курчатова, дом 1, Москва, 123182 Россия

\*e-mail: fomin314@mail.ru

Поступила в редакцию 10.05.2023 г.

После доработки 20.06.2023 г.

Принята к публикации 20.06.2023 г.

В настоящей работе методами молекулярно-динамического моделирования изучается структура воды в узких щелевых порах. Рассматриваются поры с расстоянием между стенками от 6.2 до 15.5 Å. Структуры воды, полученные спонтанной кристаллизацией при охлаждении до  $T = 300$  К, расшифровываются на основе двумерных и трехмерных параметров порядка. Показано, что наблюдаемые структуры можно описать, как срезы ГЦК или ГПУ кристаллов.

DOI: 10.31857/S0023291223600360, EDN: WRPHC0

### ВВЕДЕНИЕ

Известно, что поведение системы частиц, помещенных в пористую среду, может существенно отличаться от системы без геометрических ограничений (в настоящее время принято называть системы с геометрическими ограничениями системами в конфайнменте) [1]. Общим для всех жидкостей в конфайнменте является то, что в них возникают модуляции плотности. Например, в щелевой поре жидкость будет разбиваться на несколько слоев, параллельных стенкам. Конфайнмент может существенно изменить температуру плавления системы. Более того, зависимость температуры плавления от ширины поры оказывается немонотонной [2].

Важным эффектом конфайнмента является возможность возникновения упорядоченных структур, не наблюдаемых в объемных системах того же химического состава. Например, в работах [3, 4] методами компьютерного моделирования была изучена структура воды, заключенной в углеродные нанотрубки, и было показано, что вода в нанотрубках может кристаллизоваться в ненаблюдаемые в объемной воде структуры. В ряде работ изучалась структура углеводородов в условиях конфайнмента [5–7], в том числе в случае течения Куэтта [8, 9].

В нашей недавней работе [10] изучалась структура системы с потенциалом Стиллинжера–Вебера [11] в узкой щелевой поре. Параметры потенциала были выбраны для описания кремния. Было показано, что фазовая диаграмма этой системы в условиях узкой щелевой поры (ширины 10 Å) существенно изменяется по сравнению с фазовой диаграммой объемного кремния. Так, в щелевой поре система может кристаллизоваться в кубическую структуру и в структуру, в которой часть слоев состоит из шестиугольников, часть — из четырехугольников. Насколько нам известно, это первая работа, в которой в явном виде получено, что разные слои системы имеют существенно различную кристаллическую структуру [10].

Наиболее простыми для экспериментального изучения систем в условиях конфайнмента являются коллоидные системы [12–14]. Во многих случаях взаимодействие коллоидов, зажатых между двумя пластинками, можно описать простым потенциалом твердых сфер, а стенки считать бесструктурными. В этом случае при кристаллизации система распадается на несколько слоев с треугольной или квадратной симметрией [12–14]. В нашей недавней работе было показано, что получившуюся структуру можно рассматривать, как

**Таблица 1.** Ширина поры и число частиц в данной поре

Ширина поры, Å	Число молекул воды
6.2	7200
9.3	10800
12.4	14400
15.5	18000

срез гранецентрированного кубического (ГЦК) или гексагонального плотноупакованного (ГПУ) кристаллов [15]. Интересно, что аналогичные результаты были получены для системы Леннард-Джонса и в случае более сложной геометрии — кристаллизация капли леннард-джонсовской жидкости на поверхности графена происходит в смесь ГЦК и ГПУ структур [16]. Экспериментальное изучение нанопузырьков благородных газов в условиях конфайнмента приведено в работе [17].

Если взаимодействие частиц более сложное, то, естественно, усложняется и фазовая диаграмма. В нашем цикле работ [18–24] изучались фазовые диаграммы системы сглаженных коллапсирующих сфер в трехмерном и двумерном пространствах и в щелевых порах различной ширины (до четырех диаметров частиц). Было прослежено, как изменяется фазовая диаграмма с изменением ширины поры. Оказалось, что некоторые структуры возникают в узких порах, но не наблюдаются в более широких. Так, фаза додекагонального квазикристалла существует в двумерной системе и в порах шириной до трех диаметров частиц, но пропадает в поре шириной в четыре диаметра частиц [25–27].

Большое внимание привлекает изучение воды в условиях конфайнмента. В экспериментальной работе [29] было получено, что в щелевой поре со стенками из графена вода кристаллизуется в кубическую фазу. В той же работе было проведено компьютерное моделирование методом молекулярной динамики с потенциалом SPC/E. В отличие от эксперимента, в моделировании получилась кристаллическая структура с треугольными двумерными кристаллами в слоях [29].

В ряде работ проводилось компьютерное моделирование структуры воды в узких щелевых по-

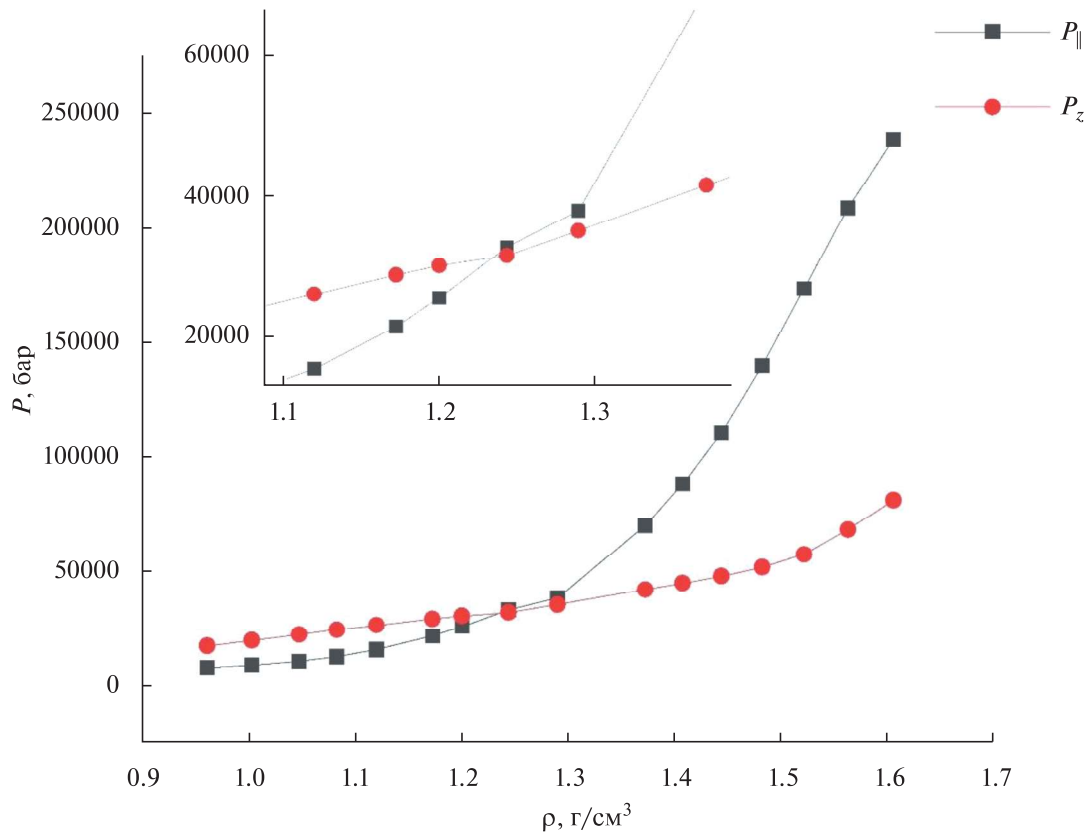
рах. В работах [30–32] было проведено компьютерное моделирование воды в щелевых порах с бесструктурными стенками. В работах [30, 31] применялась модель воды TIP5P [33], а в работе [32] — модель воды TIP4P/2005 [34]. Как было показано [35, 36], эти модели достаточно хорошо описывают фазовую диаграмму объемной воды. Было получено, что в области существования твердой фазы наблюдается несколько фазовых переходов между различными кристаллическими структурами. Следует отметить, что авторы работ [30–32] делали выводы о наличии фазовых переходов только на основе изменения структуры, но не наблюдали какие-либо термодинамические признаки фазового перехода, например, петлю ван дер Ваальса. Укажем отдельно, что работы [30, 31] выполнены одним коллективом авторов, а работа [32] — другим. При этом результаты работ обеих групп качественно совпадают, но в работе [32] выделено больше кристаллических фаз льда в щелевой поре.

В нашей недавней работе [27] было показано, что система сглаженных коллапсирующих сфер, качественное поведение которой похоже на поведение воды, также может кристаллизоваться в слои с треугольными или шестиугольными элементами. При этом более детальный анализ продемонстрировал, что слои с треугольной симметрией являются срезом ГЦК фазы, а с шестиугольной — ГПУ. Целью данной работы является изучение структуры воды в узких щелевых порах с целью описания этих структур как в терминах число слоев — симметрия слоя, так и в терминах трехмерных кристаллических решеток.

## СИСТЕМА И МЕТОДЫ

В данной работе изучается структура воды в узких щелевых порах с несколькими значениями ширины поры. В зависимости от ширины поры изменяется число молекул воды в ней (см. табл. 1). Во всех случаях система имела форму квадрата в плоскости  $X-Y$ , в которой применялись периодические граничные условия. В направлении  $Z$  сверху и снизу были поставлены стенки без периодических граничных условий.

Взаимодействие молекул воды описывается в рамках потенциала TIP4P/2005 [33]. Леннард-джонсовская часть взаимодействия обрезалась на радиусе отсечки 13 Å. Кулоновское взаимодействие рассматривалось в рамках метода PPPM (Particle Particle Mesh) с коррекцией для систем в



**Рис. 1.** Компоненты тензора давлений в системе шириной  $6.2 \text{ \AA}$ , как функции плотности. Вставка увеличивает область вблизи плотности  $\rho = 1.244 \text{ г/см}^3$ .

конфайнменте, выполненной согласно работе [28]. Следуя работам [30–32], мы моделируем стенки поры, как гладкие бесструктурные плоскости, взаимодействующие с атомами кислорода из молекул воды посредством потенциала Леннард-Джонса (9–3):

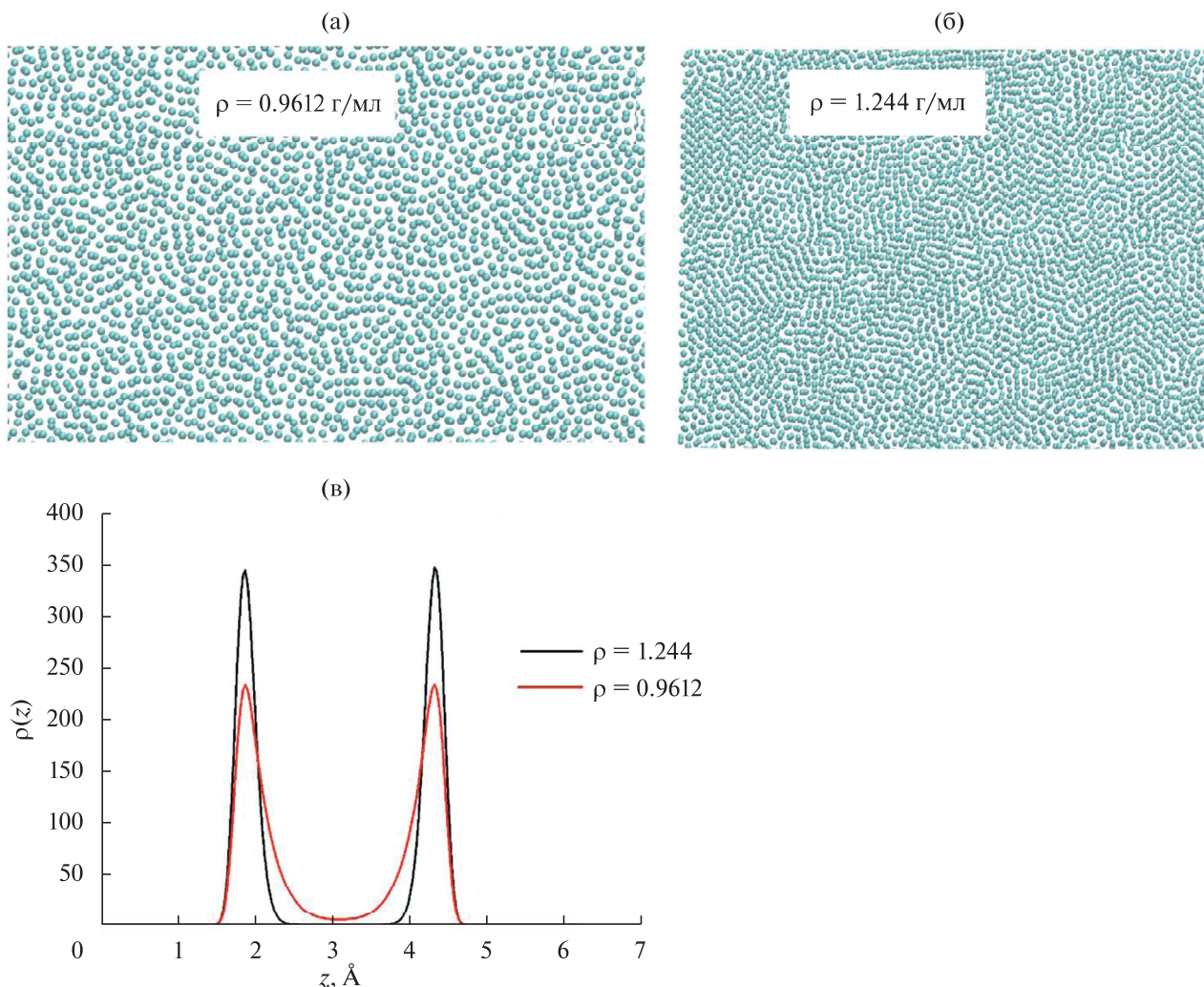
$$U_{\text{wall}} = \varepsilon \left( \frac{2}{15} \left( \frac{\sigma}{z} \right)^9 - \left( \frac{\sigma}{z} \right)^3 \right). \quad (1)$$

Данный потенциал получается интегрированием потенциала Леннард-Джонса по полупространству. Параметры взаимодействия  $\varepsilon = 0.299 \text{ ккал/моль}$  и  $\sigma = 2.5 \text{ \AA}$ , что соответствует стенке из парафина [32].

В работе изучалась структура системы, которая получается в результате спонтанной кристаллизации системы при разных плотностях. Для этого изменялся размер коробки в направлениях  $X$  и  $Y$ . Моделирование проводилось в NVT ансамбле (постоянное число частиц  $N$ , объем системы  $V$  и темпе-

ратура  $T$ ). Сначала система моделировалась при высокой температуре  $1000 \text{ К}$ , при которой во всех случаях наблюдалась неупорядоченная структура. Потом система быстро охлаждается до  $T = 300 \text{ К}$  (скорость охлаждения  $7 \times 10^{12} \text{ К/с}$ ). Для контроля температуры применяется термостат Ланжевена. Все приведенные ниже результаты соответствуют  $T = 300 \text{ К}$ . Полученная структура моделировалась в течение  $1 \text{ нс}$  до достижения равновесия, после чего моделирование продолжалось еще  $1 \text{ нс}$  для определения ее свойств. Шаг интегрирования составлял  $1 \text{ фс}$ .

Размер коробки в плоскости  $X$  и  $Y$  изменялся от  $147$  до  $190 \text{ \AA}$ . Плотность системы определялась, как  $\rho = Nm_0/(L^2H)$ , где  $m_0$  — масса молекулы воды,  $L$  — размер коробки вдоль направлений  $X$  и  $Y$ ,  $H$  — ширина поры. В заданном интервале размеров коробки плотность изменяется от  $0.96$  до  $1.606 \text{ г/см}^3$ . Далее, чтобы отличать вычисленную таким образом плотность от распределения плотности

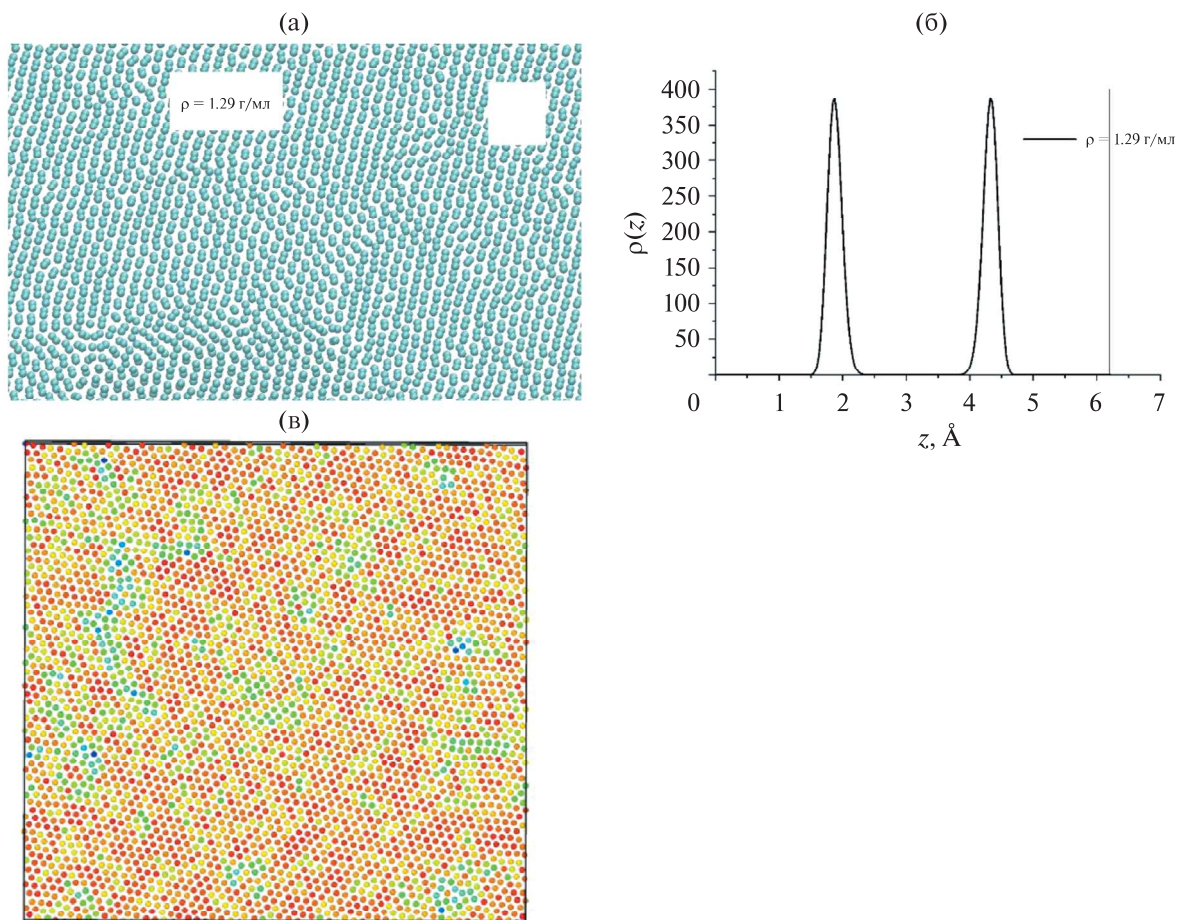


**Рис. 2.** Мгновенный снимок системы с  $H = 6.2 \text{ \AA}$  при плотности  $\rho = 0.9612 \text{ г/см}^3$ ; (б) То же самое для плотности  $\rho = 1.244 \text{ г/см}^3$ ; (в) распределение плотности вдоль оси  $Z$  для систем на панелях (а) и (б). Вертикальная линия показывает положение верхней стенки поры (нижняя стенка совпадает с осью  $OY$ ).

вдоль оси  $Z$ , мы будем называть ее средней плотностью. Другим часто используемым методом определения эффективной плотности жидкости в конфайнменте является введение коррекции на то, что жидкость не может подойти вплотную к стенке. Тогда эффективная высота поры вычисляется, как  $H_{\text{eff}} = H - \sigma$ , где  $\sigma$  — параметр длины из потенциала взаимодействия жидкости со стенкой, а эффективная плотность  $\rho_{\text{eff}} = \frac{Nm_0}{L^2 H_{\text{eff}}}$ . Ясно, что определенная таким образом плотность оказывается выше, чем средняя плотность, определенная

предыдущим методом. Ниже мы приводим значения средней плотности, а в скобках рядом пишем соответствующие ей значения эффективной плотности. На графиках приводится только средняя плотность.

Для определения структуры системы применялось несколько разных методов. Во-первых, система, помещенная в щелевую пору, разбивается на несколько слоев. Поэтому было проведено вычисление распределения плотности системы вдоль оси  $Z$ . Для этого система разбивалась на слои толщиной  $dz$  и вычислялось число частиц в каждом таком слое:



**Рис. 3.** Система с  $H = 6.2 \text{ \AA}$  со средней плотностью  $\rho = 1.29 \text{ г/см}^3$ . (а) Мгновенный снимок системы. (б) Распределение плотности вдоль оси  $Z$ . Вертикальная линия показывает положение верхней стенки поры (нижняя стенка совпадает с осью  $OY$ ). (в) Снимок нижнего слоя системы. Раскраска частиц выполнена по параметру  $\psi_6$  от синего ( $\psi_6 = 0.0$ ) до красного ( $\psi_6 = 1.0$ ).

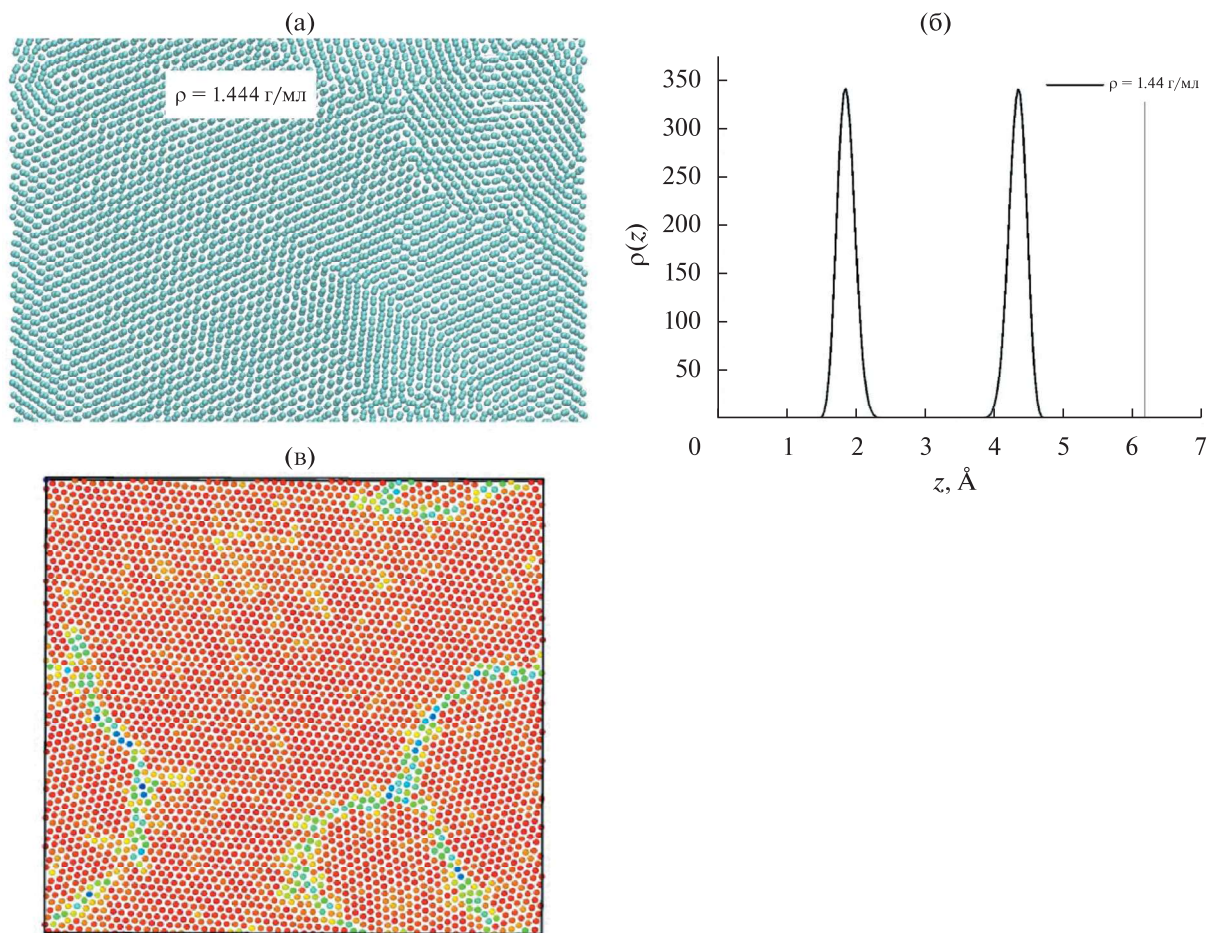
$$\rho(z) = \frac{N(z + dz) - N(z)}{dz * S}, \quad (2)$$

где  $\rho(z)$  — значение локальной плотности,  $N(z)$  — число частиц в слое нижнего края коробки до высоты  $z$ ,  $S = L^2$  — площадь поперечного сечения коробки.

Во-вторых, вычислялись параметры порядка Штейнхарда—Нельсона  $Q_6$  (в англоязычной литературе обычно называемые bond orientational order) [36]:

$$Q_l = \left( \frac{4\pi}{2l+1} \sum_{m=-l}^l Q_{lm}^2 \right)^{1/2}, \quad (3)$$

где  $Q_{lm} = Y_{lm}(\theta, \varphi)$  — сферические гармоники, построенные на углах между векторами от данной частицы до ее ближайших соседей и произвольно выбранной осью. Вычислялись параметры порядка  $Q_6$  и  $Q_4$ . Для идеальной ГЦК решетки значение этих параметров составляет  $Q_6^{\text{ГЦК}} = 0.57452$  и  $Q_4^{\text{ГЦК}} = 0.19094$ , а для идеальной ГПУ структуры  $Q_6^{\text{ГПУ}} = 0.48476$  и  $Q_4^{\text{ГПУ}} = 0.09722$ . Следуя работе [15], мы определяли частицы как ГЦК или ГПУ-подобные, если их параметры порядка отклонялись не более, чем на 0.05 от значений для идеальной решетки. Частицы, не являющиеся ГЦК или ГПУ-подобными, мы определяли как неупорядоченные (с неупорядоченной локальной структурой).



**Рис. 4.** Система с  $H = 6.2 \text{ \AA}$  со средней плотностью  $\rho = 1.444 \text{ г/см}^3$ . (а) Мгновенный снимок системы. (б) Распределение плотности вдоль оси  $Z$ . Вертикальная линия показывает положение верхней стенки поры (нижняя стенка совпадает с осью  $OY$ ). (в) Снимок нижнего слоя системы. Раскраска частиц выполнена по параметру  $\psi_6$  от синего ( $\psi_6 = 0.0$ ) до красного ( $\psi_6 = 1.0$ ).

Для того чтобы охарактеризовать структуру системы в слоях, вычислялись двумерные радиальные функции распределения  $g_2(r)$  и двумерные параметры порядка треугольной и квадратной решеток.

Двумерные параметры ориентационного порядка для  $k$ -й частицы определяются следующим образом [37, 38]:

$$\Psi_m(k) = \frac{1}{n_k} \sum_j^{n_k} e^{im\theta_{kj}}, \quad (4)$$

где  $n_k$  — число ближайших соседей  $k$ -й частицы, суммирование проводится по ближайшим соседям,  $\theta_{kj}$  — угол между вектором, соединяющим  $k$ -ю частицу с  $j$ -м соседом и произвольной осью,  $i$  — мнимая единица. Параметр  $m = 4$  для квадратной ре-

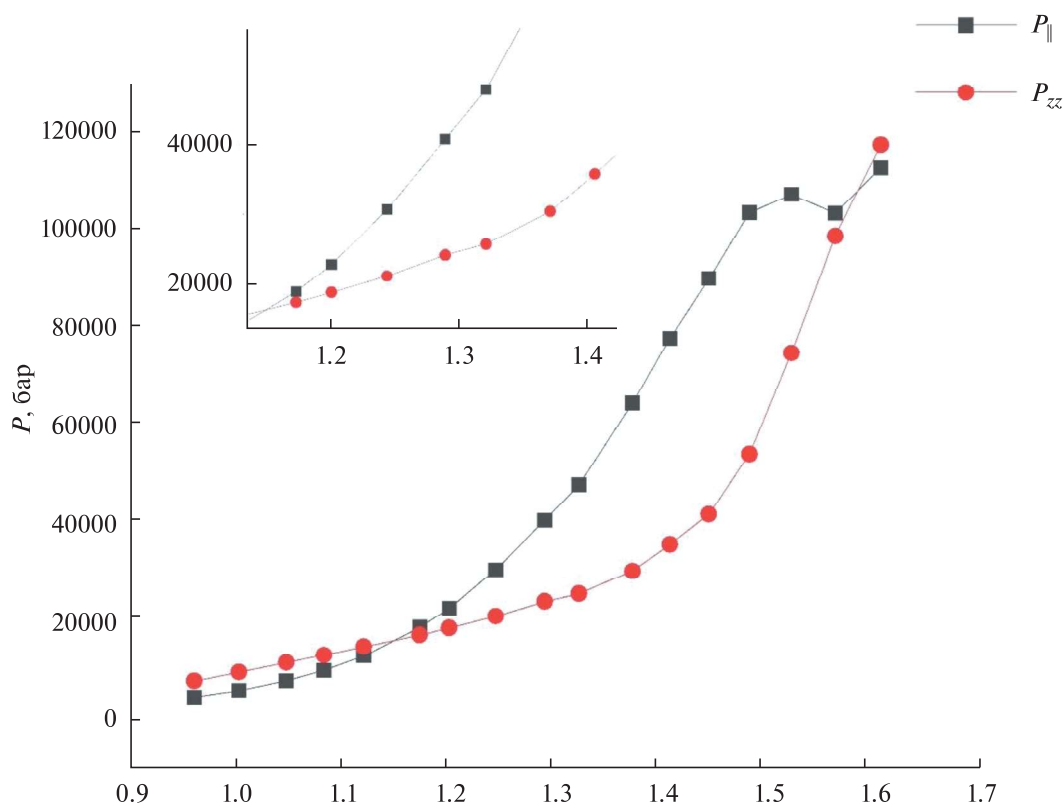
шетки и  $m = 6$  для треугольной. В случае идеальной квадратной решетки  $\Psi_4 = 1$ , а в случае идеальной треугольной решетки  $\Psi_6 = 1$ . В данной работе применялась раскраска частиц в зависимости от значения параметра порядка, чтобы указать близость структуры к кристаллической решетке.

Выводы о полученной структуре производились на основе всех указанных выше методов.

Продольная и нормальная компоненты тензора давлений вычислялись по формуле:

$$P_{ab} = \rho k_B T + \frac{1}{3V} \left\langle \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j>i}^N r_{ij,a} F_{ij,b} \right\rangle, \quad (5)$$

где  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $r_{ij,a}$  — расстояние между частицами  $i$  и  $j$  в направлении  $a$  ( $a = x, y$  или  $z$ ),



**Рис. 5.** Продольная и поперечная составляющие компоненты тензора давлений в системе с шириной поры 9.3 Å. Вставка увеличивает область вблизи плотности  $\rho = 1.244 \text{ г/см}^3$ .

а  $F_{ij,b}$  — сила взаимодействия частиц  $i$  и  $j$  в направлении  $b$  ( $b = x, y, z$ ). Продольное давление определялось, как  $P_{\parallel} = \frac{1}{2}(P_{xx} + P_{yy})$ , а нормальное —  $P_z = P_{zz}$ .

Моделирование проводилось с использованием пакета LAMMPS [40].

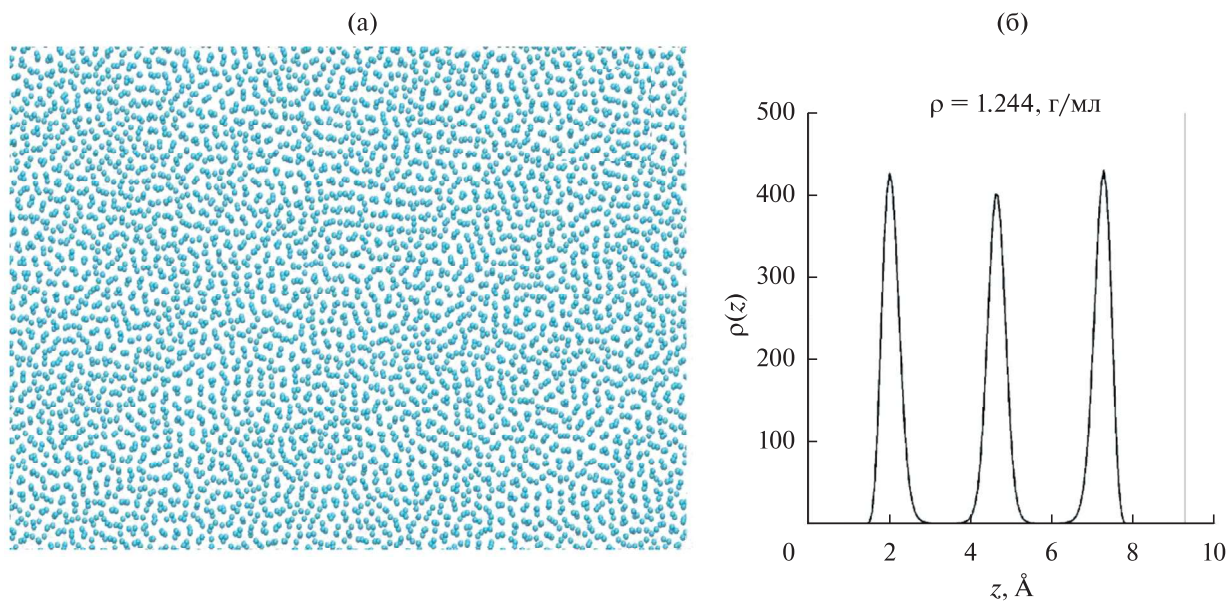
## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

### Пора шириной 6.2 Å

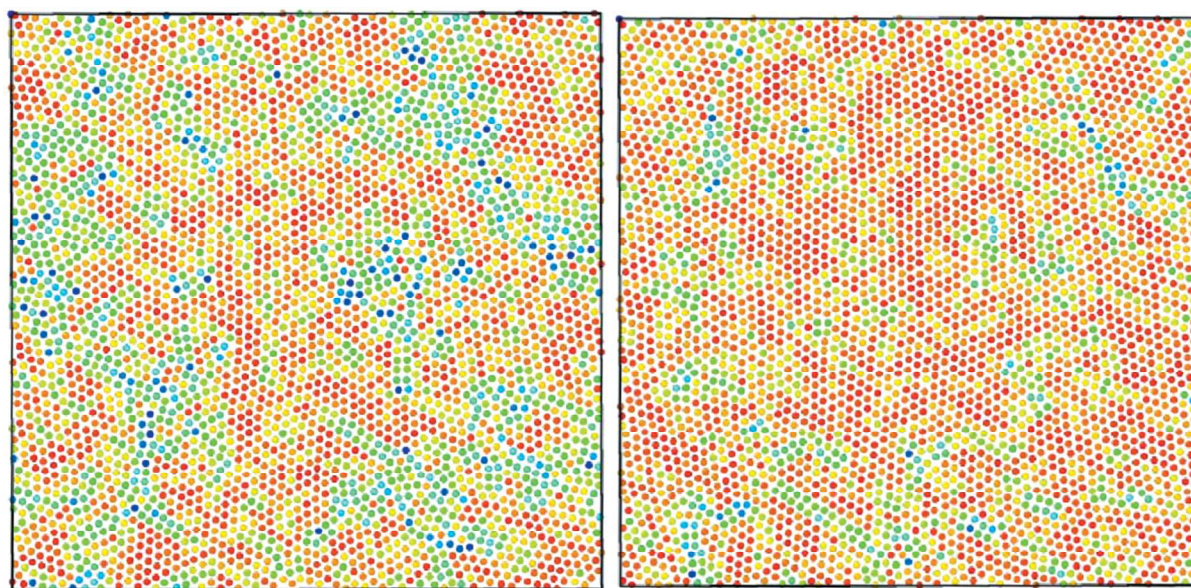
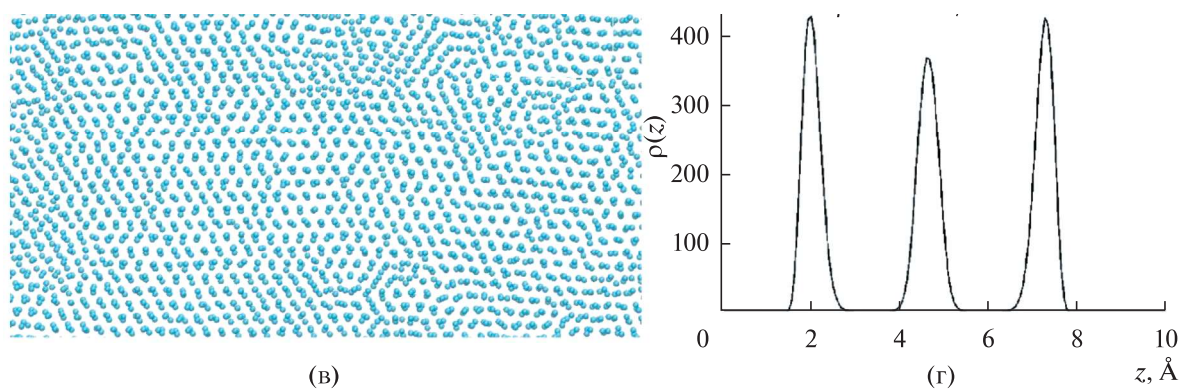
Начнем рассмотрение структуры системы с самой узкой поры, ширина которой составляет 6.2 Å. На рис. 1 приведены продольная и перпендикулярная составляющие тензора давлений, как функции плотности системы. Обе кривые испытывают излом при плотности 1.244 (2.08) г/см<sup>3</sup>. Последующий анализ структуры системы показал, что при этой плотности система находится еще в неупорядоченном состоянии, тогда как при следующей рассматриваемой плотности (1.29 (2.16) г/см<sup>3</sup>) — уже в кристаллическом.

При всех плотностях, кроме самых высоких (1.563 (2.62) и 1.606 (2.69) г/см<sup>3</sup>), система распадается на два слоя. На рис. 2 показаны снимки системы при плотностях 0.961 (1.61) и 1.244 (2.08) г/см<sup>3</sup> и распределение плотности вдоль оси  $Z$ . Видно, что с увеличением плотности степень структурированности возрастает, например, пики распределения плотности становятся выше и уже. В то же время при этих плотностях двумерная структура в слоях остается жидкой.

На рис. 3 приведены данные для системы со средней плотностью 1.29 (2.16) г/см<sup>3</sup>. На панели (а) показан мгновенный снимок системы, из которого видно, что в этом случае в системе наблюдается некоторое упорядочение. Система разбивается на два слоя (рис. 3б). Для анализа структуры в каждом из слоев были рассчитаны двумерные параметры порядка  $\psi_6$ . На рис. 3в показан снимок одного из слоев системы, в котором частицы раскрашены в соответствии с величиной  $\psi_6$  этой ча-

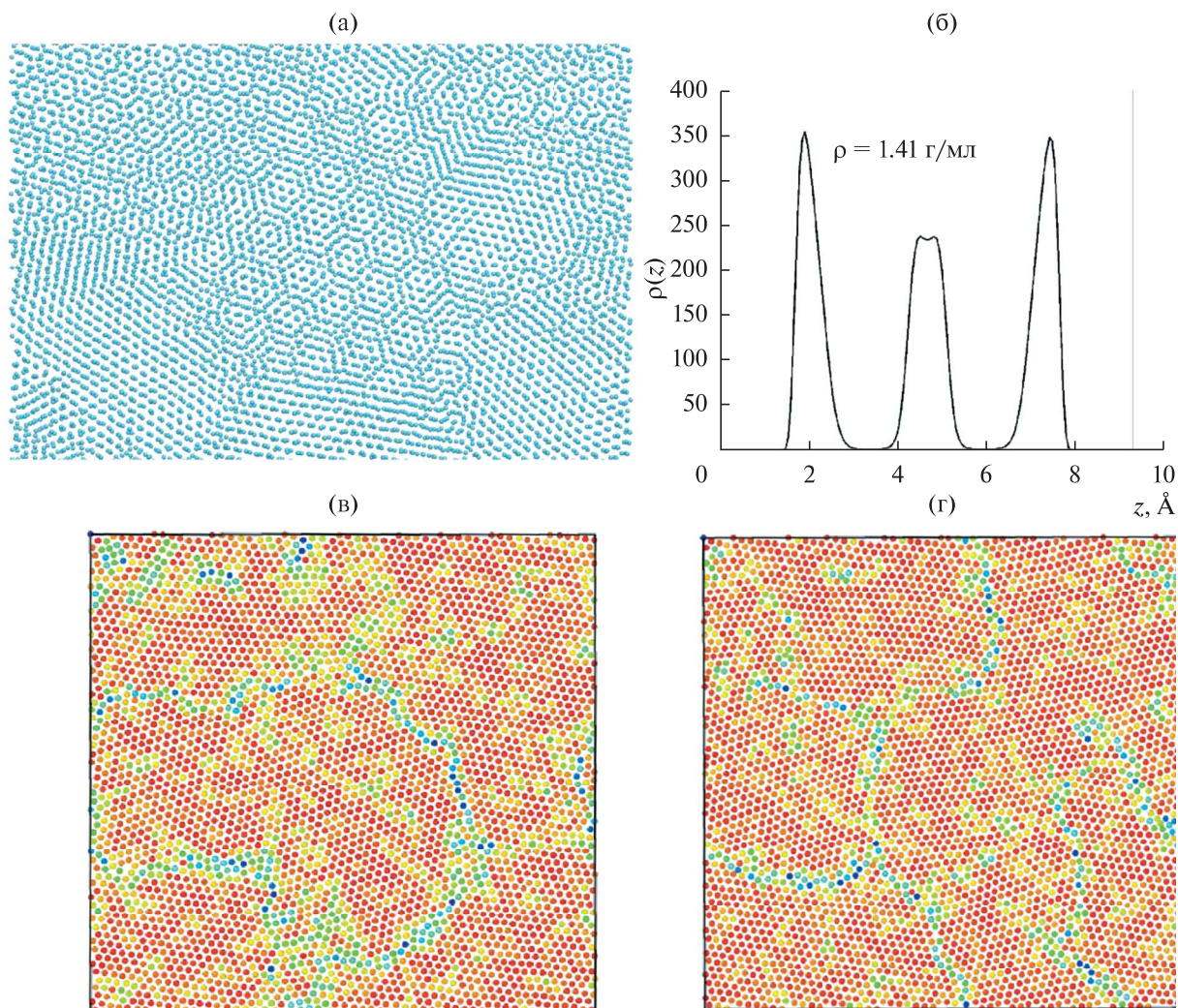


**Рис. 6.** (а) Мгновенная фотография системы с шириной поры  $9.3 \text{ \AA}$  при плотности  $1.244 \text{ г/мл}$ ; (б) распределение плотности вдоль оси  $Z$  в той же системе. Вертикальная линия показывает положение верхней стенки поры (нижняя стенка совпадает с осью  $OY$ ).



**Рис. 7.** Система с шириной поры  $9.3 \text{ \AA}$  при средней плотности  $1.322 \text{ г/мл}$ . (а) Фотография системы. (б) Распределение плотности вдоль оси  $Z$ . (в) Фотография первого и (г) второго слоя системы. Частицы раскрашены по значению параметра  $\psi_6$  (синий —  $\psi_6 = 0$ , красный —  $\psi_6 = 1$ ).





**Рис. 8.** Система с шириной поры  $9.3 \text{ \AA}$  при средней плотности  $1.41 \text{ г/мл}$ . (а) Фотография системы. (б) Распределение плотности вдоль оси  $Z$ . Вертикальная линия показывает положение верхней стенки поры (нижняя стенка совпадает с осью  $OY$ ). (в) Фотография первого и (г) второго слоя системы. Частицы раскрашены по значению параметра  $\psi_6$  (синий —  $\psi_6 = 0$ , красный —  $\psi_6 = 1$ ).

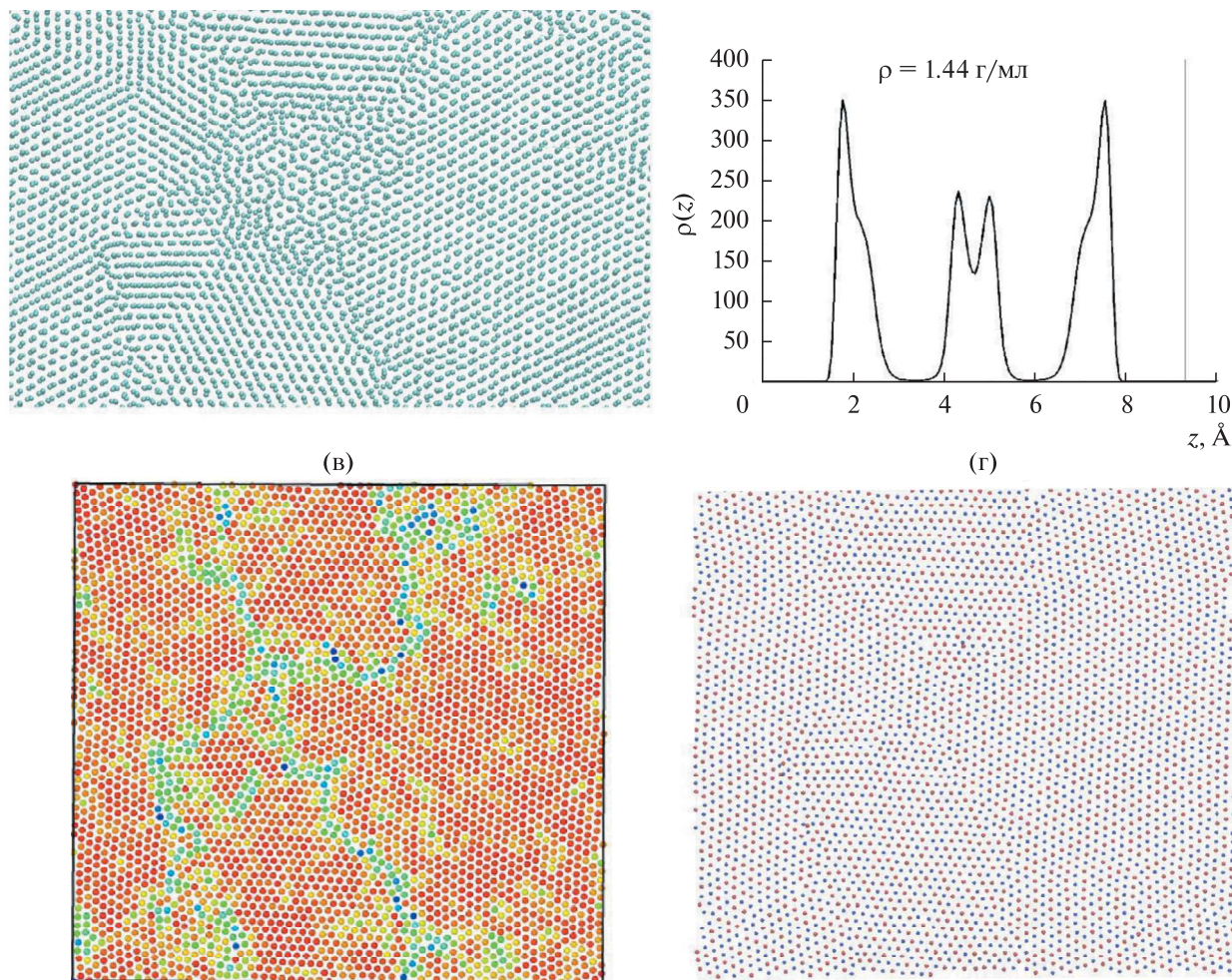
стицы: от синего ( $\psi_6 = 0.0$ ) до красного ( $\psi_6 = 1.0$ ). Видно, что подавляющее большинство частиц системы демонстрируют высокое значение параметра порядка, что говорит о формировании в слоях треугольного кристалла. Как и ожидается, при спонтанной кристаллизации в системе формируется несколько кристаллических зерен, разделенных границами, на которых параметр порядка принимает меньшие значения. Тем не менее, можно сказать, что в данном случае система кристаллизуется в два слоя с треугольной симметрией.

При дальнейшем увеличении плотности качественное поведение системы остается таким же. В

качестве примера, на рис. 4 приведены такие же данные для системы со средней плотностью  $1.44 (2.41) \text{ г/см}^3$ . Видно, что в системе увеличивается степень упорядочения (больше частиц в слое демонстрируют высокое значение параметра  $\psi_6$ ), что является ожидаемым следствием увеличения плотности системы.

#### *Пора шириной $9.3 \text{ \AA}$*

В продолжение исследований было произведено моделирование системы с шириной поры  $9.3 \text{ \AA}$ . На рис. 5 показано уравнение состояния



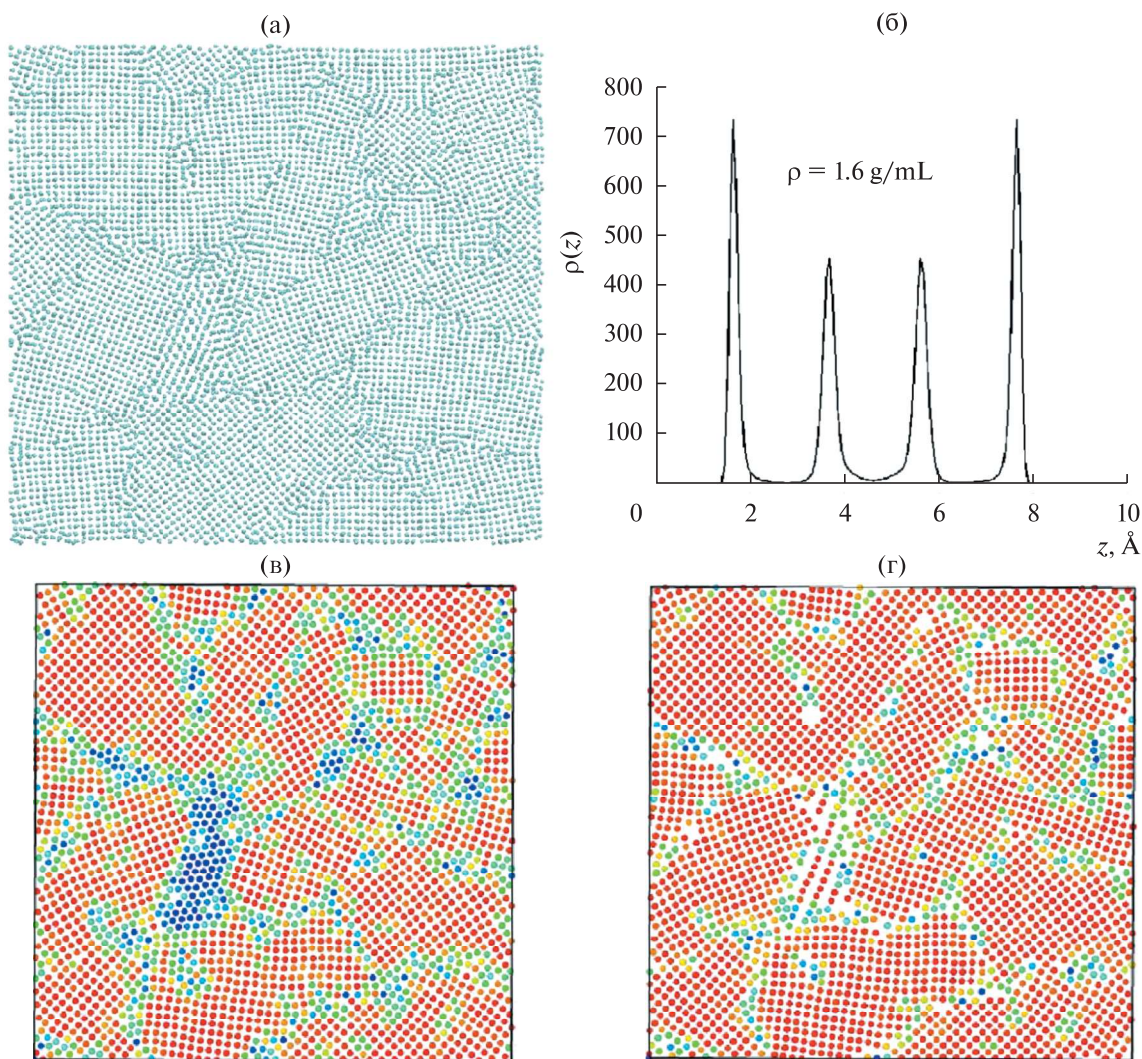
**Рис. 9.** Система с шириной поры 9.3 Å при средней плотности 1.41 г/мл. (а) Фотография системы. (б) Распределение плотности вдоль оси Z. Вертикальная линия показывает положение верхней стенки поры (нижняя стенка совпадает с осью OY). (в) Фотография первого слоя системы. Частицы раскрашены по значению параметра  $\psi_6$  (синий —  $\psi_6 = 0$ , красный —  $\psi_6 = 1$ ). (г) Фотография второго и третьего слоев системы. Красные частицы принадлежат ко второму слою, а синие — к третьему.

этой системы. Наиболее заметной особенностью уравнения состояния является петля при плотностях 1.48 (2.02)–1.56 (2.13) г/см<sup>3</sup>. Кроме того, есть небольшие особенности при плотностях 1.244 (1.7)–1.29 (1.76) г/см<sup>3</sup>. Рассмотрим структуру этой системы при разных средних плотностях.

На рис. 6 показаны результаты для средней плотности 1.244 (1.7) г/см<sup>3</sup>. Видно, что в этом случае система находится в неупорядоченном состоянии. При этом в системе формируются три слоя. Отметим, что система распадается на три слоя

**Таблица 2.** Средняя и эффективная плотности кристаллизации воды в порах разной ширины

Ширина поры, Å	Средняя плотность, г/см <sup>3</sup>	Эффективная плотность, г/см <sup>3</sup>
6.2	1.29	2.16
9.3	1.41	1.93
12.4	1.4	1.75
15.5	1.48	1.76



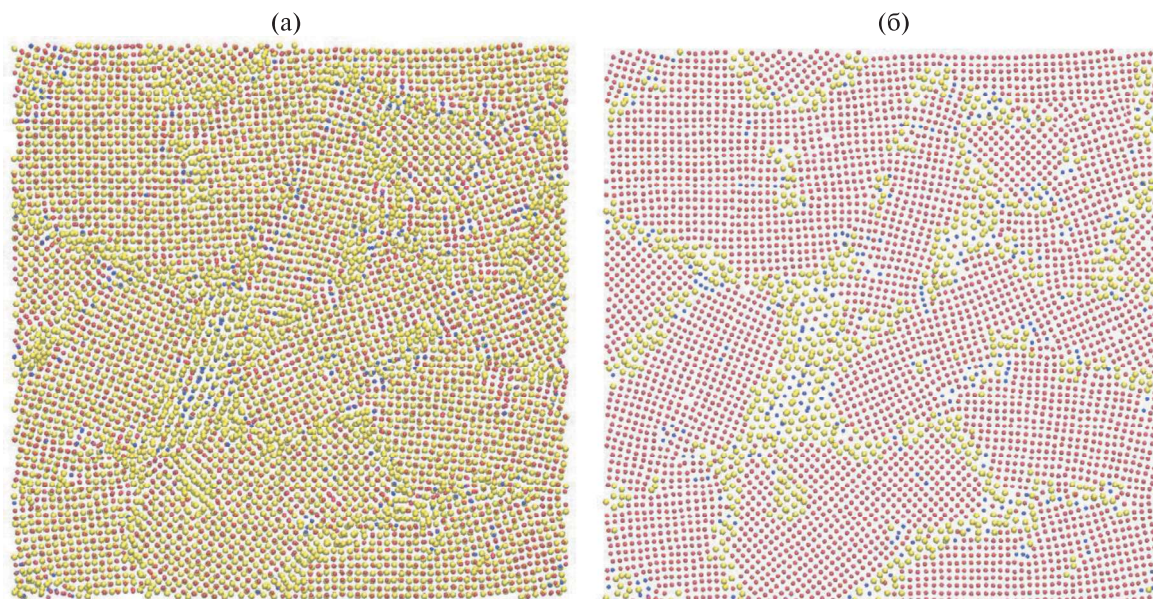
**Рис. 10.** Система с шириной поры 9.3 Å при средней плотности 1.61 г/мл. (а) Фотография системы. (б) Распределение плотности вдоль оси  $Z$ . (в) Фотография первого и (г) второго слоя системы. Частицы раскрашены по значению параметра  $\psi_4$  (синий —  $\psi_4 = 0$ , красный —  $\psi_4 = 1$ ).

вплоть до плотности 1.41 (1.93) г/см<sup>3</sup>, а при более высоких плотностях формирует уже четыре слоя.

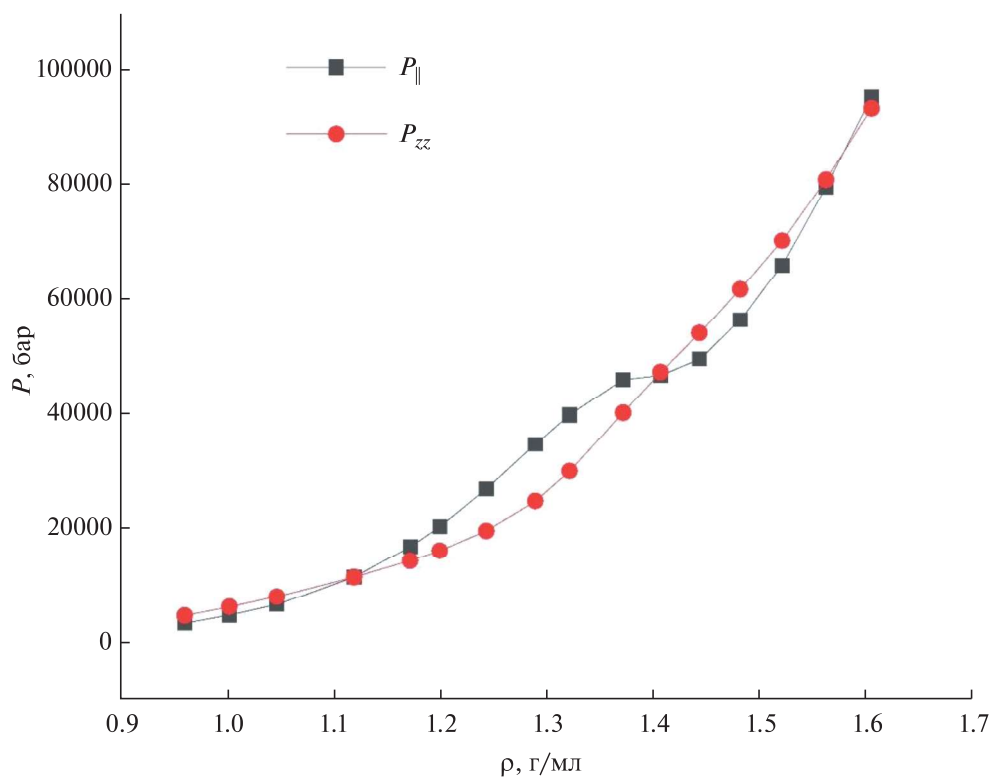
Результаты для системы со средней плотностью 1.322 (1.81) г/см<sup>3</sup> приведены на рис. 7. Видно, что в этом случае система демонстрирует некий слабый порядок. На панелях (в) и (г) приведены фотографии первого (внешнего) и второго (внутреннего) слоев системы. Частицы раскрашены по значениям параметра  $\psi_6$ . В отличие от предыдущего случая, в системе с плотностью 1.322 (1.81) г/см<sup>3</sup> наблюдаются кластеры треугольного кристалла. При этом концентрация этих кла-

стеров невелика. Кроме того, можно отметить, что внутренний слой оказывается более упорядоченным, чем внешний.

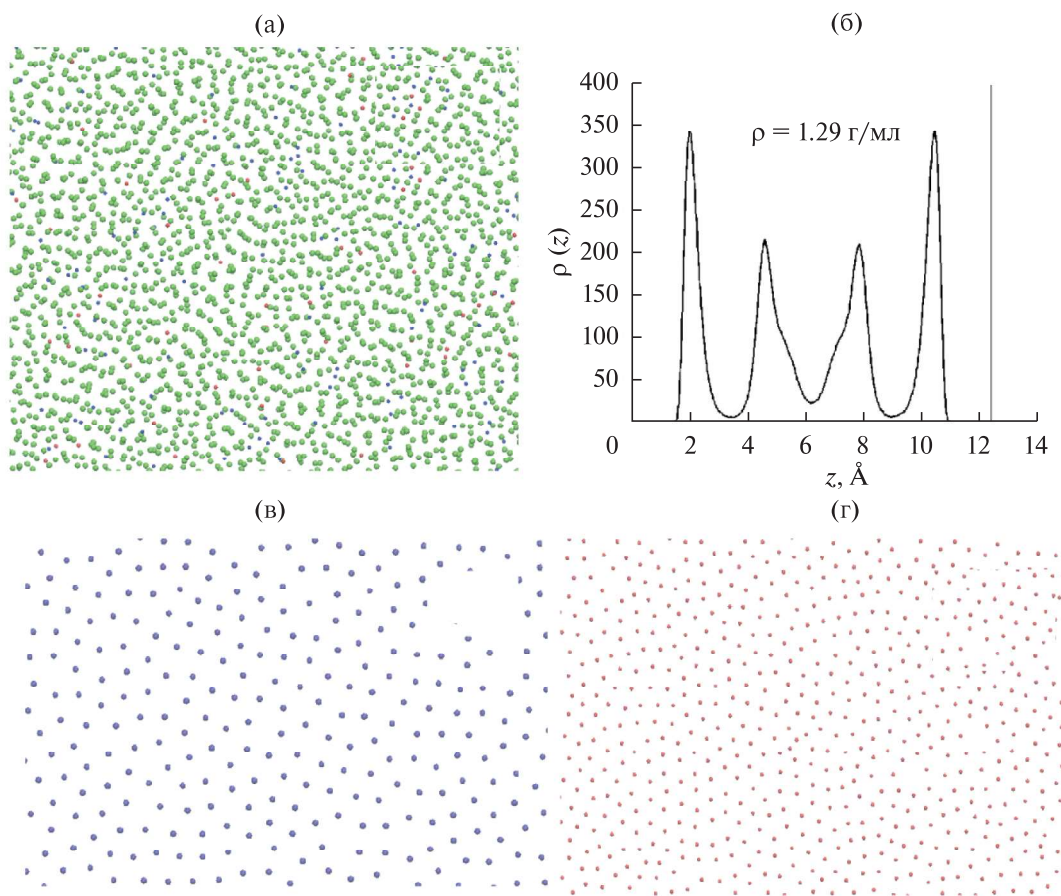
На рис. 8 приведены результаты для системы со средней плотностью 1.41 (1.93) г/см<sup>3</sup>. На фотографии системы отчетливо видны муаровы картинки, которые возникают, если разные слои системы демонстрируют кристаллическую структуру, но эти структуры повернуты друг относительно друга. Из распределения плотности вдоль оси  $Z$  видно, что средний пик начал распадаться на два. При этом и внутренний, и внешний слои демонстри-



**Рис. 11.** Система с шириной поры  $9.3 \text{ \AA}$  при средней плотности  $1.61 \text{ г/мл}$ . (а) Фотография системы с разделением частиц по локальной структуре: красные — частицы с ГЦК-подобным локальным окружением, синие — с ГПУ-подобным, желтые — с неупорядоченным. (б) Фотография внутренних слоев системы. Частицы раскрашены таким же образом.



**Рис. 12.** Продольная и поперечная составляющие компоненты тензора давлений в системе с шириной поры  $12.4 \text{ \AA}$ .



**Рис. 13.** Система с шириной поры 12.4 Å при средней плотности 1.29 г/см<sup>3</sup>. (а) Мгновенный снимок системы. (б) Распределение плотности вдоль оси Z. (в) Снимок внешнего слоя системы. (г) Снимок внутреннего слоя системы.

руют достаточно высокую концентрацию частиц с локальной структурой треугольного кристалла. Таким образом, можно сказать, что в этом случае система является сильно дефектным кристаллом.

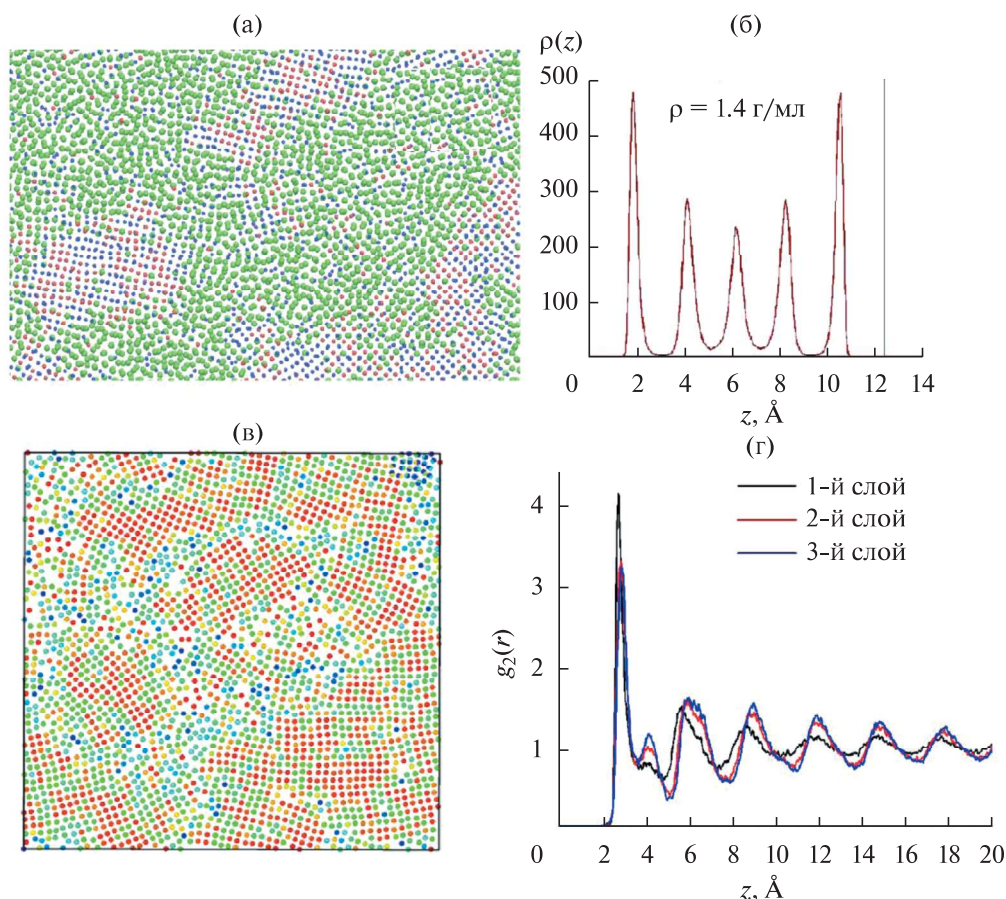
Результаты для плотности 1.44 (1.97) г/см<sup>3</sup> приведены на рис. 9. Из фотографии системы видно, что в ней сохраняются муаровы картинки, но, по сравнению с предыдущим случаем, они занимают гораздо меньшую площадь системы. Из этого можно сказать, что с увеличением плотности увеличивается “синхронизация” между слоями системы.

Распределение плотности вдоль оси Z демонстрирует четыре пика. При этом оказывается, что второй и третий слои (внутренние слои) сильно связаны друг с другом: частицы одного находятся над пустотами другого. В этой связи можно трактовать полученные результаты, как распад одного

слоя на два подслоя, как это происходит в изогнутых фазах [41].

Структура во внешних слоях и едином “втором-третьем” слое является треугольной, что видно из рис. 9в и 9г.

Только при плотности 1.61 (2.2) г/см<sup>3</sup> система преобразуется в поликристалл с достаточно большими зернами (рис. 10). В этой системе сохраняются четыре слоя частиц (рис. 10б), при этом в каждом слое формируется квадратная фаза (рис. 10в и 10г). На рис. 11а показана фотография системы, в которой частицы окрашены в соответствии с трехмерными параметрами порядка  $Q_6$  и  $Q_4$ , а на рис. 11б — только внутренние слои системы, окрашенные таким же образом. Видно, что большая часть частиц является ГЦК-подобной. Отметим, что внешние слои идентифицируются как неупо-



**Рис. 14.** Система с шириной поры  $12.4 \text{ \AA}$  при средней плотности  $1.4 \text{ г/см}^3$ . (а) Мгновенный снимок системы. Зеленые шары — частицы с неупорядоченным локальным окружением, красные — частицы с ГЦК-подобным локальным окружением, а синие — с ГПУ-подобным. (б) Распределение плотности вдоль оси  $Z$ . Вертикальная линия показывает положение верхней стенки поры (нижняя стенка совпадает с осью  $OY$ ). (в) Снимок третьего слоя системы. Частицы раскрашены в соответствии с параметром порядка  $\psi_4$  (красный —  $\psi_4 = 1$ , синий —  $\psi_4 = 0$ ). (г) Двумерные радиальные функции распределения в слоях.

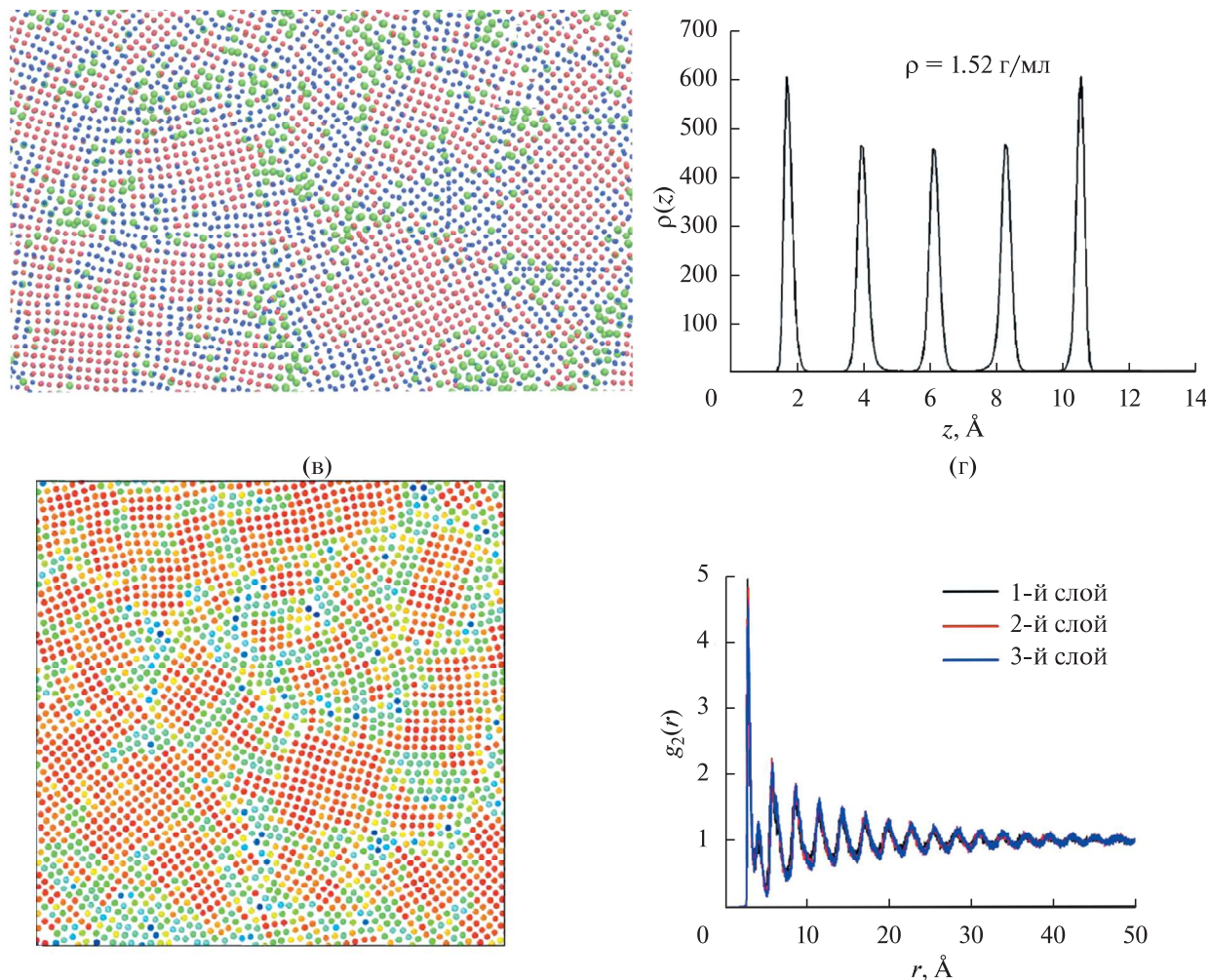
рядоченные частицы ввиду того, что, находясь на границе, они имеют меньшее число соседей и, соответственно, не идентифицируются как кристаллоподобные частицы.

Известно, что температура плавления системы, помещенной в щелевую пору при фиксированной плотности, изменяется с увеличением ширины поры немонотонно. Аналогично, можно сказать, что плотность кристаллизации системы в щелевой поре при фиксированной температуре будет зависеть от ширины поры немонотонно. Полученные в данном разделе результаты можно трактовать двумя разными способами. Наиболее вероятным является то, что система кристаллизуется уже при плотности  $1.29 (1.76) \text{ г/см}^3$ . При этом в условиях достаточно жесткого конфайнмента за

время моделирования система не успевает сформировать достаточно большие кристаллические зерна. Это приводит к тому, что мы наблюдаем достаточно упорядоченную структуру в каждом слое, но не видим трехмерную структуру. Только при плотности  $1.61 (2.2) \text{ г/см}^3$  в системе формируются большие зерна ГЦК структуры.

#### *Пора шириной $12.4 \text{ \AA}$*

Перейдем к более широкой поре с расстоянием между стенками  $12.4 \text{ \AA}$ . Уравнение состояния этой системы показано на рис. 12. Видно, что возникает петля при плотностях порядка  $1.4 (1.75) \text{ г/см}^3$ , что говорит о наличии фазового перехода около этой плотности.



**Рис. 15.** Система с шириной поры 12.4 Å при средней плотности 1.52 г/см<sup>3</sup>. (а) Мгновенный снимок системы. Зеленые шары — частицы с неупорядоченным локальным окружением, красные — частицы с ГЦК-подобным локальным окружением, а синие — с ГПУ-подобным. (б) Распределение плотности вдоль оси Z. (в) Снимок третьего слоя системы. Частицы раскрашены в соответствии с параметром порядка  $\psi_4$  (красный —  $\psi_4 = 1$ , синий —  $\psi_4 = 0$ ) (г) Двумерные радиальные функции распределения в слоях.

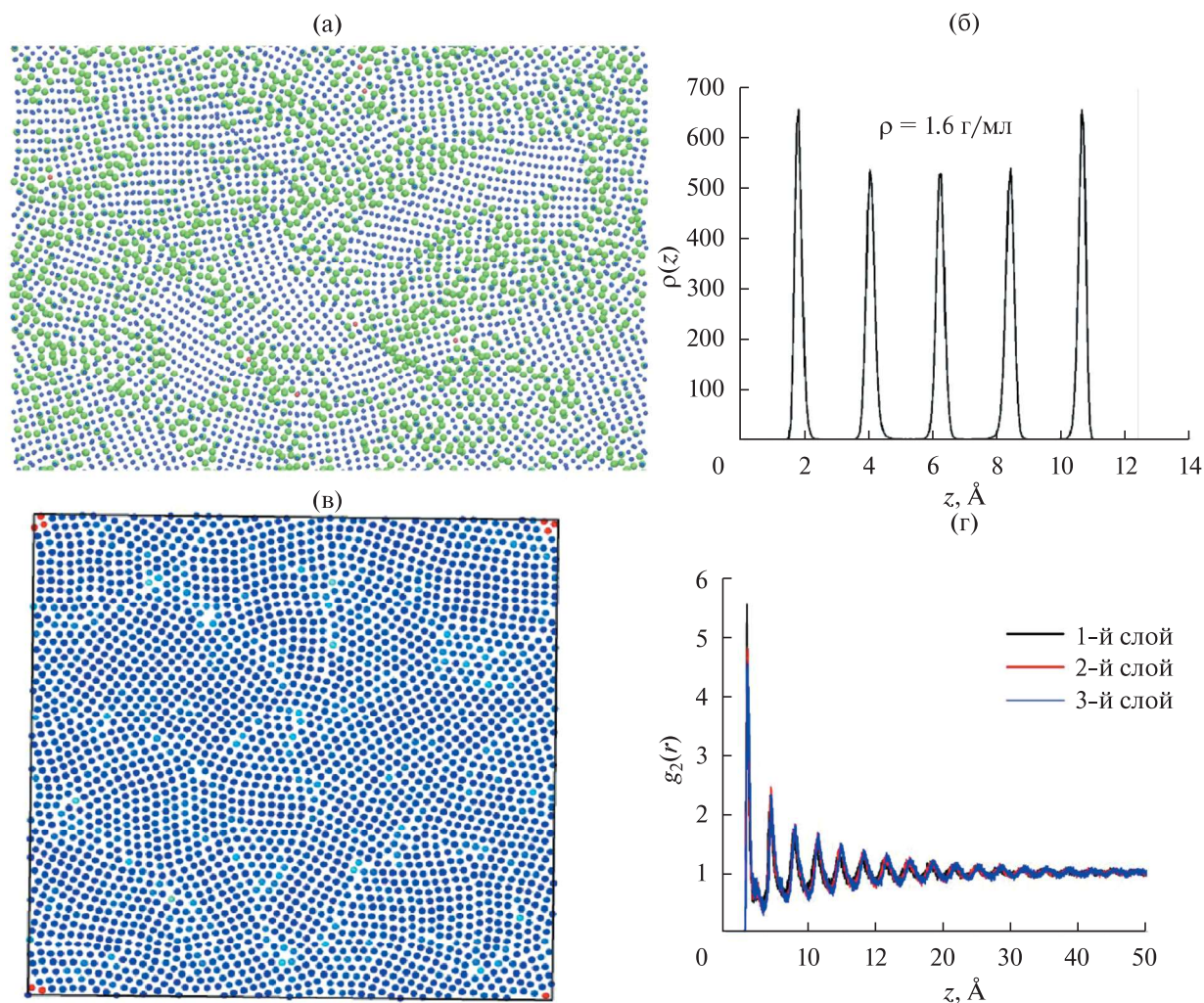
На рис. 13 приведены результаты для системы при средней плотности 1.29 (1.62) г/см<sup>3</sup>. Видно, что система распадается на четыре слоя без видимой внутренней структуры. Вычисление двумерных и трехмерных параметров порядка подтверждает, что система находится в неупорядоченном состоянии.

На рис. 14 показаны результаты для системы со средней плотностью 1.4 (1.75) г/см<sup>3</sup>. Из фотографии системы видно, что в ней появляются зерна кристаллической фазы. При этом в системе изменяется число слоев — их наблюдается пять. Однако как трехмерные, так и двумерные параметры порядка позволяют сделать заключение, что и на

уровне отдельных слоев, и на уровне системы в целом степень кристалличности невысокая.

При повышении плотности до 1.52 (1.9) г/см<sup>3</sup> в системе остается пять слоев, но количество кристаллических кластеров увеличивается (рис. 15), а при плотности 1.6 (2.0) г/см<sup>3</sup> система становится практически полностью разделена на кластеры ГПУ фазы (рис. 16).

Таким образом, в случае поры шириной 12.4 Å система формирует поликристаллическую ГПУ фазу с большим количеством дефектов. Это согласуется с результатами для поры шириной 9.3 Å.



**Рис. 16.** Система с шириной поры 12.4 Å при средней плотности 1.6 г/см<sup>3</sup>. (а) Мгновенный снимок системы. Зеленые шары — частицы с неупорядоченным локальным окружением, красные — частицы с ГЦК-подобным локальным окружением, а синие — с ГПУ-подобным. (б) Распределение плотности вдоль оси Z. (в) Снимок третьего слоя системы. Частицы раскрашены в соответствии с параметром порядка  $\psi_4$  (красный —  $\psi_4 = 1$ , синий —  $\psi_4 = 0$ ). (г) Двумерные радиальные функции распределения в слоях.

### Пора шириной 15.5 Å

Наиболее широкой порой, рассматриваемой в данной работе, является пора шириной 15.5 Å. Уравнение состояния этой системы показано на рис. 17. Перегиб на уравнении состояния возникает при плотности 1.37 (1.63) г/см<sup>3</sup>. Рассмотрим подробнее структуру системы при плотностях ниже указанной и выше нее.

Результаты для средней плотности 1.29 (1.54) г/см<sup>3</sup> приведены на рис. 18. Из этого рисунка видно, что система разбивается на шесть слоев. При этом как система в целом, так и в каждом слое, система не демонстрирует никаких признаков кристаллического порядка. Примеча-

тельно, что при удалении от стенок высота пика распределения локальной плотности падает. Это хорошо согласуется с тем, что двумерные радиальные функции распределения (рис. 18г) имеют менее упорядоченный характер при удалении от стенок.

При увеличении средней плотности до 1.41 (1.68) г/см<sup>3</sup> (рис. 19) в системе появляются локальные кластеры ГПУ и ГЦК структуры (рис. 19а). Слои, на которые распадается система, становятся более очерченными, так как локальная плотность в пространстве между слоями становится близка к нулю. При этом в самих слоях не обнаруживаются признаков упорядочения в треугольную решетку.



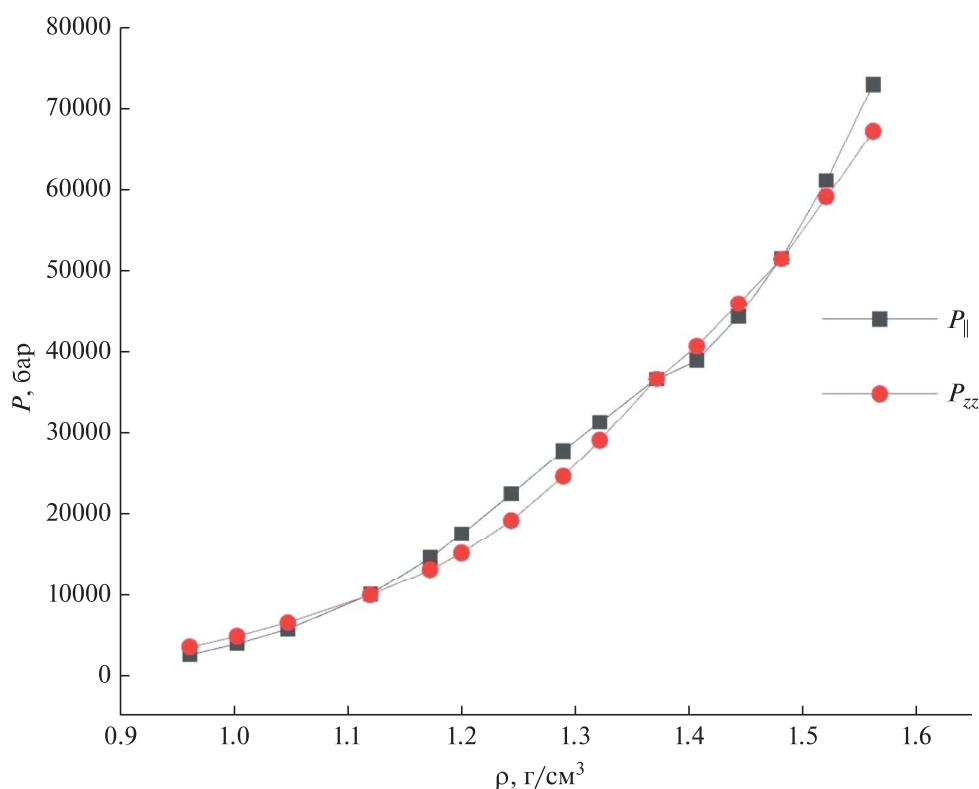


Рис. 17. Уравнение состояния системы с шириной поры 15.5 Å.

При средней плотности 1.48 (1.76) г/см<sup>3</sup> кристаллические кластеры в системе становятся гораздо больше (рис. 20). Более того, двумерные радиальные функции распределения уже имеют кристаллический характер. Тем не менее, вычисление параметра  $\psi_6$  еще не показывает, что в слоях системы сформировались треугольные кристаллы.

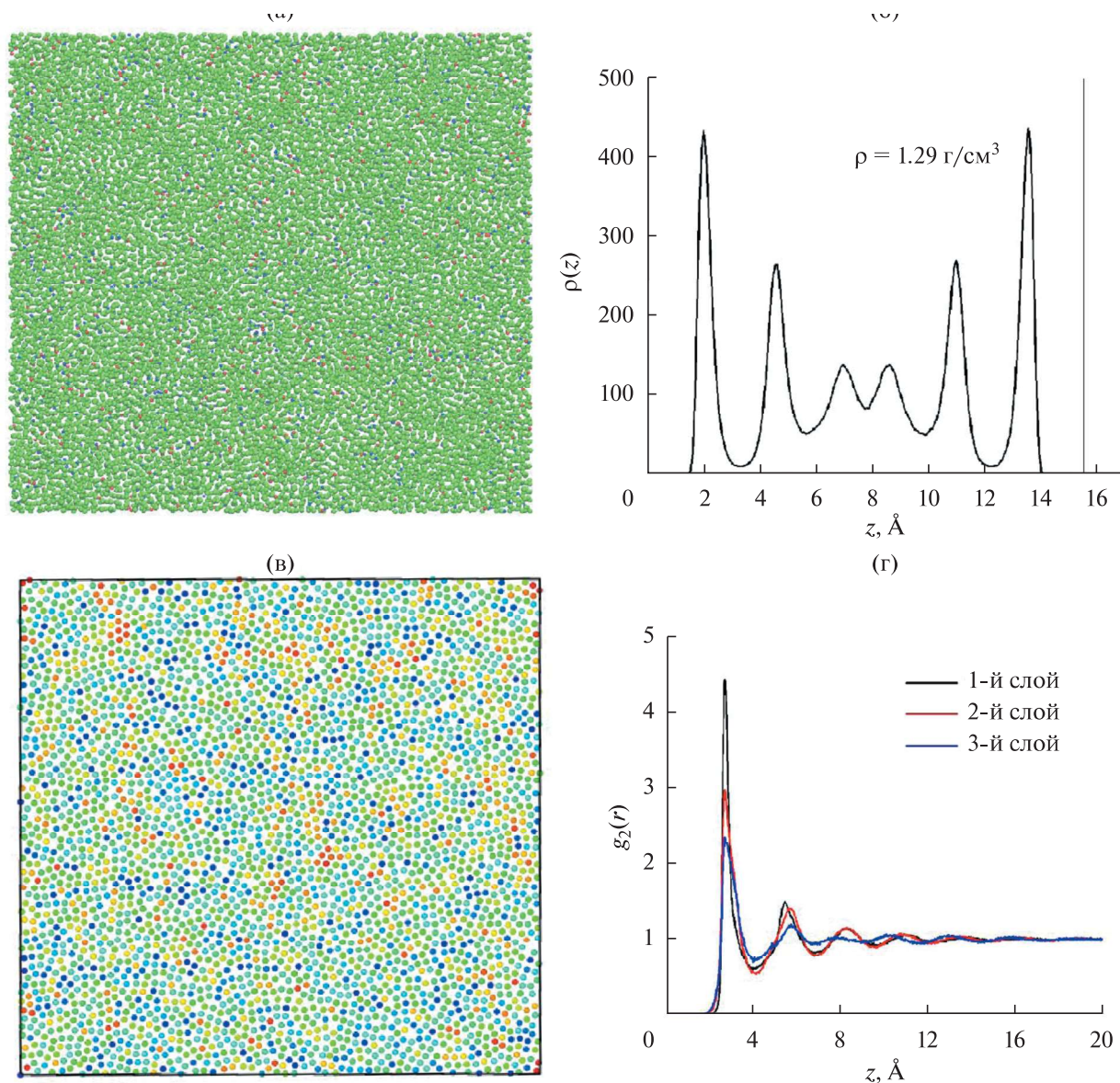
Только при очень высоких плотностях, например, при средней плотности 1.61 (1.92) г/см<sup>3</sup>, в системе наблюдается кристаллизация в поликристалл с достаточно большими зернами (рис. 21). При этой плотности не только трехмерные параметры порядка, но и параметры порядка в слоях показывают наличие кристаллической структуры.

Таким образом, перегиб на уравнении состояния соответствует появлению в системе кристаллических зерен, но достаточно большая часть системы становится кристаллической только при значительно более высоких средних плотностях.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе методом молекулярной динамики изучалась структура, получающаяся при спонтанной кристаллизации воды в узких щелевых порах различной ширины: от 6.2 до 15.5 Å. Во всех случаях система разбивалась на несколько слоев. В изучаемом диапазоне ширин пор и средних плотностей воды число слоев составляло от двух до шести.

Было показано, что во всех случаях система кристаллизовалась в поликристаллическую структуру с ГПУ и ГЦК зернами. Кристаллизация происходит достаточно легко в случае узких пор (6.2 и 9.3 Å), то есть, при переходе через перегиб на уравнении состояния сразу образуются большие кристаллические зерна, тогда как в более широких порах (12.4 и 15.5 Å) в точке перегиба на уравнении состояния возникают только небольшие кристаллические кластеры, а зерна достаточно большого



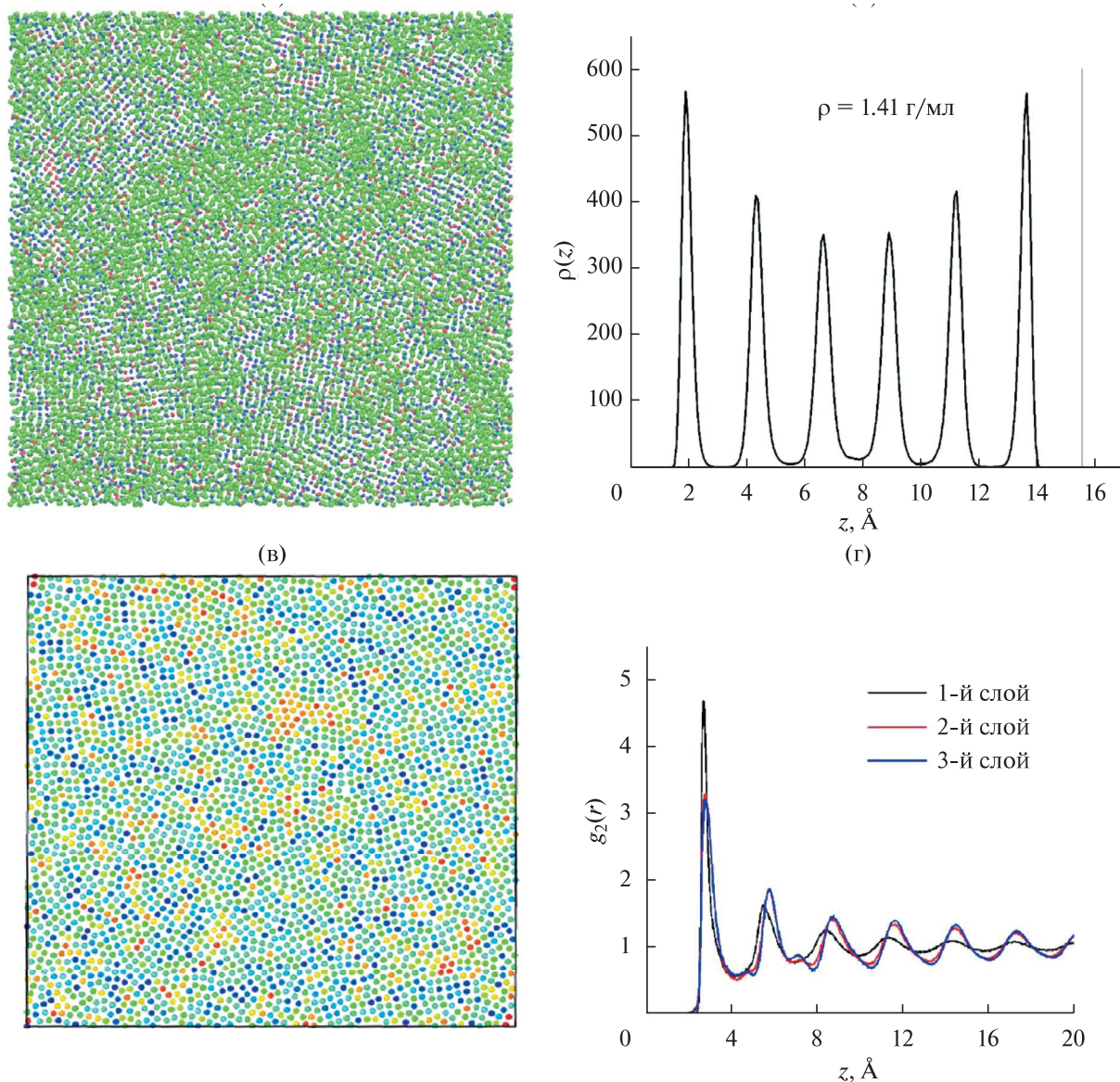
**Рис. 18.** Система с шириной поры  $15.5 \text{ \AA}$  при средней плотности  $1.29 \text{ г/см}^3$ . (а) Фотография системы. Частицы раскрашены в соответствии с их локальной структурой. Зеленые — неупорядоченные, красные — частицы с ГЦК-подобным локальным окружением, синие — с ГПУ-подобным. (б) Распределение локальной плотности вдоль оси  $Z$ . (в) Фотография первого слоя системы. Частицы раскрашены по значению параметра  $\psi_6$  (синий —  $\psi_6 = 0$ , красный —  $\psi_6 = 1$ ). (г) Двумерные радиальные функции распределения в первых трех слоях.

размера появляются только при существенно больших средних плотностях.

В ряде предыдущих работ утверждалось, что вода в щелевой поре претерпевает несколько фазовых переходов: треугольная структура, шестиугольная и др. В нашей работе тоже наблюдается расщепление системы на слои, причем симметрия в слоях может изменяться с изменением сред-

ней плотности. Однако наша работа показывает, что, как и в случае с другими системами (система Леннард-Джонса и система сглаженных коллапсирующих сфер), все эти структуры могут быть сведены к ГПУ и ГЦК кристаллам.

При увеличении ширины поры эффективная плотность системы практически перестает зависеть от ширины (табл. 2). Отметим, что плотности

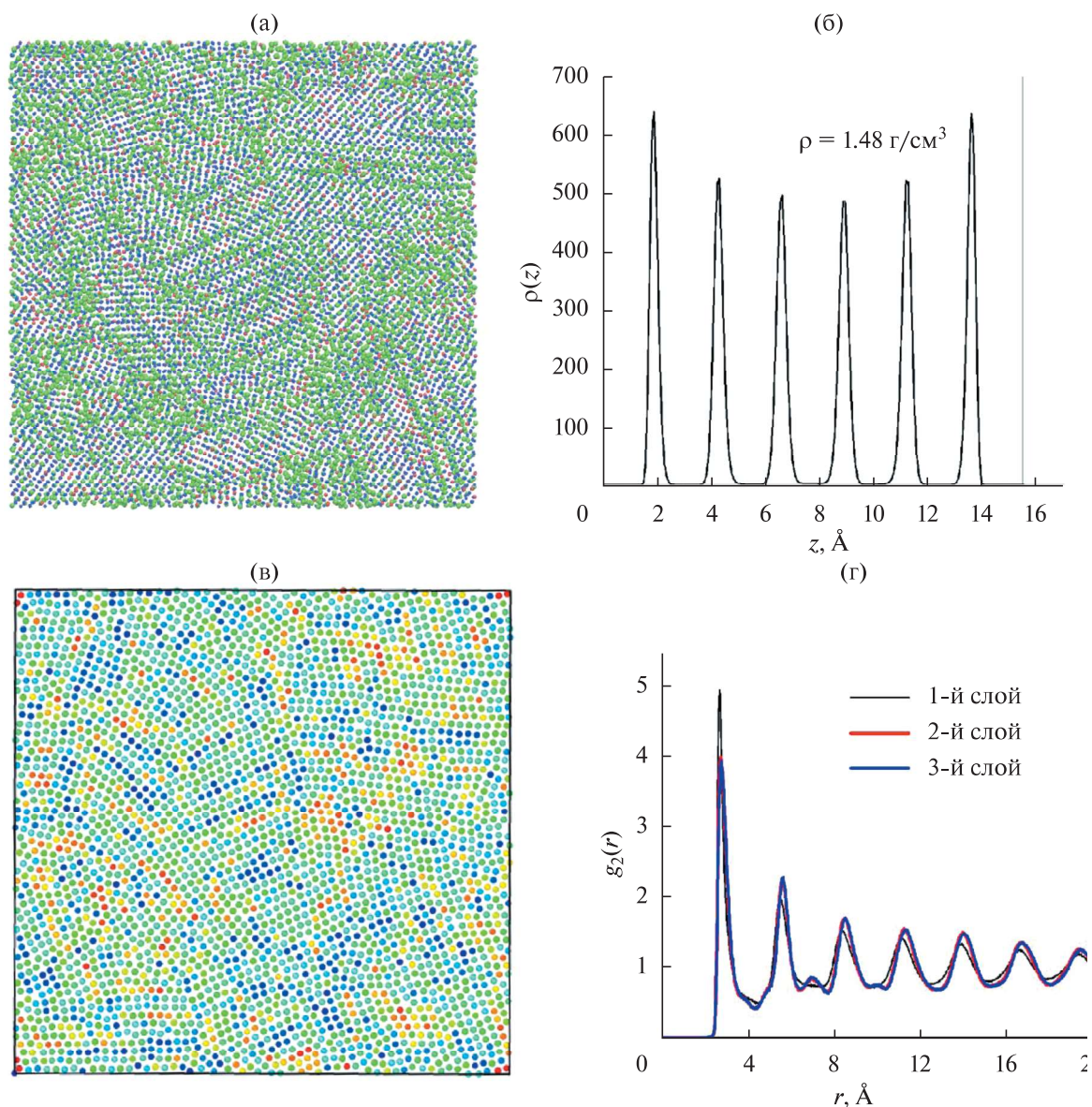


**Рис. 19.** Система с шириной поры  $15.5 \text{ \AA}$  при средней плотности  $1.41 \text{ г/см}^3$ . (а) Фотография системы. Частицы раскрашены в соответствии с их локальной структурой. Зеленые — частицы с неупорядоченным локальным окружением, красные — с ГЦК-подобным, синие — с ГПУ-подобным. (б) Распределение локальной плотности вдоль оси  $Z$ . Вертикальная линия показывает положение верхней стенки поры (нижняя стенка совпадает с осью  $OY$ ). (в) Фотография первого слоя системы. Частицы раскрашены по значению параметра  $\psi_6$  (синий —  $\psi_6 = 0$ , красный —  $\psi_6 = 1$ ). (г) Двумерные радиальные функции распределения в первых трех слоях.

перехода оказываются очень высокими. При этом полученные плотности сопоставимы с плотностью фазы ice R, описанной в моделировании фазовой диаграммы воды с помощью той же модели TIP4P/2005 в работе [42]. Согласно указанной работе, фаза ice R характеризуется тем, что у каждого кислорода наблюдается 12 ближайших соседей,

что соответствует ГЦК и ГПУ структурам. Это позволяет утверждать, что между структурой объемной воды и воды в конфайнменте возникают структурные аналогии.

В нашей работе не было обнаружено квадратного льда, который наблюдался в эксперименте [28]. Это может быть связано как с применявшей-



**Рис. 20.** Система с шириной поры  $15.5 \text{ \AA}$  при средней плотности  $1.48 \text{ г/см}^3$ . (а) Фотография системы. Частицы раскрашены в соответствии с их локальной структурой. Зеленые — частицы с неупорядоченным локальным окружением, красные — с ГЦК-подобным, синие — с ГПУ-подобным. (б) Распределение локальной плотности вдоль оси  $Z$ . Вертикальная линия показывает положение верхней стенки поры (нижняя стенка совпадает с осью  $OY$ ). (в) Фотография первого слоя системы. Частицы раскрашены по значению параметра  $\psi_6$  (синий —  $\psi_6 = 0$ , красный —  $\psi_6 = 1$ ). (г) Двумерные радиальные функции распределения в первых трех слоях.

ся моделью воды (ТР4Р/2005), которая была разработана для моделирования фазовой диаграммы объемной воды, так и с упрощенной моделью конфинмента (бесструктурные стенки, взаимодействующие с атомами кислорода посредством потенциала Леннард-Джонса (9-3)).

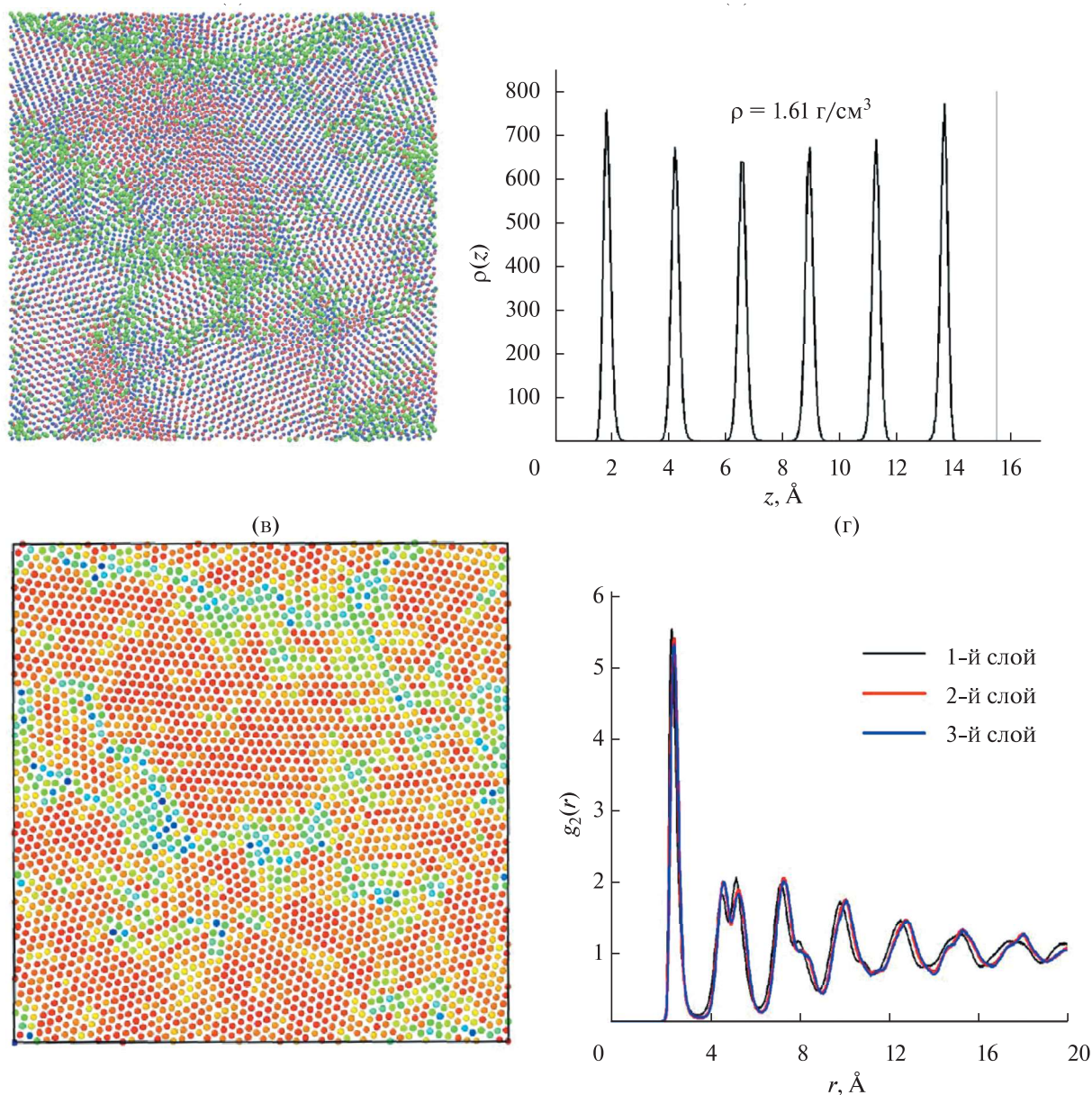
#### БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена с использованием оборудования центра коллективного пользования “Комплекс моде-

лирования и обработки данных исследовательских установок мега-класса” НИЦ “Курчатовский институт”, <http://скр.nrcki.ru> и вычислительных ресурсов Межведомственного суперкомпьютерного центра Российской академии наук (МСЦ РАН).

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (грант № 19-12-00092, <https://rscf.ru/project/19-12-00092/>).



**Рис. 21.** Система с шириной поры  $15.5 \text{ \AA}$  при средней плотности  $1.61 \text{ г/см}^3$ . (а) Фотография системы. Частицы раскрашены в соответствии с их локальной структурой. Зеленые — частицы с неупорядоченным локальным окружением, красные — с ГЦК-подобным, синие — с ГПУ-подобным. (б) Распределение локальной плотности вдоль оси  $Z$ . (в) Фотография первого слоя системы. Частицы раскрашены по значению параметра  $\psi_6$  (синий —  $\psi_6 = 0$ , красный —  $\psi_6 = 1$ ). (г) Двумерные радиальные функции распределения в первых трех слоях.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mansoori G.A., Rice S.A. *Advanced in Chemical Physics. Confined Fluids: Structure, Properties and Phase Behavior*. New York, 2015. <https://doi.org/10.1002/9781118949702.ch5>
2. Vishnyakov A., Neimark A.V. Specifics of freezing of Lennard-Jones fluid confined to molecularly thin layers // *J. Chem. Phys.* 2003. V. 118. № 16. P. 7585. <https://doi.org/10.1063/1.1560938>
3. Takaiwa D., Hatano I., Koga K., Tanaka H. Phase diagram of water in carbon nanotubes // *PNAS*. 2008. V. 105. № 1. P. 39–43. <https://doi.org/10.1073/pnas.0707917105>
4. Pugliese P., Conde M.M., Rovere M., Gallo P. Freezing temperatures, ice nanotubes structures, and proton ordering of TIP4P/ICE water inside a single wall carbon nanotubes // *J. Phys. Chem. B*. 2017. V. 121. № 45. P. 10371–10381. <https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.7b06306>

5. *Fomin Yu. D.* Molecular dynamics simulation of benzene in graphite and amorphous carbon slit pore // *J. Comput. Chem.* 2013. V. 34. № 30. P. 2615–2624. <https://doi.org/10.1002/jcc.23429>
6. *Fomin Yu.D., Tsiok E.N., Ryzhov V.N.* The behavior of benzene confined in a single wall carbon nanotube // *J. Comput. Chem.* 2015. V. 36. № 12. P. 901–906. <https://doi.org/10.1002/jcc.23872>
7. *Fomin Yu.D., Tsiok E.N., Ryzhov V.N.* The behavior of cyclohexane confined in slit carbon nanopore // *J. Chem. Phys.* 2015. V. 143. P. 184702. <https://doi.org/10.1063/1.4935197>
8. *Логунов М.А., Калинин А.Г., Писарев В.В.* Структура углеводородной жидкости и течения Куэтта в щелевых порах со стенками из пиррофиллита // *Высокомолекулярные соединения. Серия А.* 2022. Т. 64. С. 470–480. <https://doi.org/10.31857/S2308112022700262>
9. *Pisarev V.V., Kalinichev A.G.* Couette flow of pentane in clay nanopores: Molecular dynamics simulation // *Journal of Molecular Liquids.* 2022. V. 366. P. 120290. <https://doi.org/10.1016/j.molliq.2022.120290>
10. *Shchukin I.A., Fomin Yu.D.* Crystal structure of a system with three-body interactions in strong confinement // *Results in Physics.* 2022. V. 34. P. 105239. <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2022.105239>
11. *Stillinger F.H., Weber Th.A.* Computer simulation of local order in condensed phases of silicon // *Phys. Rev. B.* 1985. V. 31. № 8. P. 5262. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.31.5262>
12. *Pansu B., Pieranski P., Strzelecki L.* Thin colloidal crystals: a series of structural transitions // *Journal de Physique.* 1983. V. 44. № 4. P. 531–536. <https://doi.org/10.1051/jphys:01983004404053100>
13. *Murray Ch.A., Grier D.G.* Video microscopy of monodisperse colloidal systems // *Annual Review of Physical Chemistry.* 1996. V. 47. P. 421–462. <https://doi.org/10.1146/annurev.physchem.47.1.421>
14. *Pansu B., Pieranski Pi., Pieranski Pa.* Structures of thin layers of hard spheres: High pressure limit // *Journal de Physique.* 1984. V. 45. № 2. P. 331–339. <https://doi.org/10.1051/jphys:01984004502033100>
15. *Fomin Yu.D.* Between two and three dimensions: Crystal structures in a slit pore // *J. Colloid and Interface Science.* 2020. V. 580. P. 135–145. <https://doi.org/10.1016/j.jcis.2020.06.046>
16. *Iakovlev E., Zhilyaev P., Akhatov. I.* Atomistic study of the solid state inside graphene nanobubbles // *Scientific Reports.* 2017. V. 7. P. 17906.
17. *Zamborlini G., Imam M., Patera L.L. et al.* Nanobubbles at GPa pressure under graphene // *Nano Letters.* 2015. V. 15. № 9. P. 6162–6169. <https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.5b02475>
18. *Fomin Yu.D., Gribova N.V., Ryzhov V.N., Stishov S.M., Frenkel D.* Quasibinary amorphous phase in a three-dimensional system of particles with repulsive-shoulder interactions // *J. Chem. Phys.* 2008. V. 129. № 6. P. 064512. <https://doi.org/10.1063/1.2965880>
19. *Gribova N.V., Fomin Yu.D., Frenkel D., Ryzhov V.N.* Waterlike thermodynamic anomalies in a repulsive-shoulder potential system // *Phys. Rev. E.* 2009. V. 79. P. 051202. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.79.051202>
20. *Fomin Yu.D., Tsiok E.N., Ryzhov V.N.* Complex phase behavior of the system of particles with repulsive shoulder and attractive well // *J. Chem. Phys.* 2011. V. 134. № 4. P. 044523. <https://doi.org/10.1063/1.3530790>
21. *Dudalov D.E., Fomin Yu.D., Tsiok E.N., Ryzhov V.N.* Melting scenario of the two-dimensional core-softened system: first-order or continuous transition? // *Journal of Physics: Conference Series.* 2014. V. 510. P. 012016. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/510/1/012016>
22. *Dudalov D.E., Fomin Yu.D., Tsiok E.N., Ryzhov V.N.* Effect of a potential softness on the solid–liquid transition in a two-dimensional core-softened potential system // *J. Chem. Phys.* 2014. V. 141. № 18C522. <https://doi.org/10.1063/1.4896825>
23. *Kryuchkov N.P., Yurchenko S.O., Fomin Yu.D., Tsiok E.N., Ryzhov V.N.* Complex crystalline structures in a two-dimensional core-softened system // *Soft Matter.* 2018. V. 14. № 11. P. 2152–2162. <https://doi.org/10.1039/C7SM02429K>
24. *Dudalov D.E., Fomin Yu.D., Tsiok E.N., Ryzhov V.N.* How dimensionality changes the anomalous behavior and melting scenario of a core-softened potential system? // *Soft Matter.* 2014. V. 10. № 27. P. 4966. <https://doi.org/10.1039/C4SM00124A>
25. *Tsiok E.N., Fomin Yu.D., Ryzhov V.N.* The effect of confinement on the solid–liquid transition in a core-softened potential system // *Physica A.* 2020. V. 550. P. 124521. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2020.124521>
26. *Fomin Yu.D., Teslyuk A.B.* The structure of a core-softened system in a narrow-slit pore // *Physics and Chemistry of Liquids.* 2022. V. 60. № 6. P. 809–826. <https://doi.org/10.1080/00319104.2022.2053973>
27. *Фомин Ю.Д., Циок Е.Н., Рыжов В.Н.* Структура системы сглаженных коллапсирующих сфер в сильном конфинменте // *Коллоидный журнал.* 2022. Т. 84. № 6. С. 809–826.
28. *Yeh In-Ch., Berkowitz M.L.* Ewald summation for systems with slab geometry // *J. Chem. Phys.* 1999. V. 111. № 7. P. 3155–3162. <https://doi.org/10.1063/1.479595>
29. *Algara-Siller G., Lehtinen O., Wang F.C., Nair R.R., Kaiser U., Wu H.A., Geim A.K., Grigorieva I.V.* Square ice in graphene nanocapillaries // *Nature.* 2015. V. 519. P. 443–445. <https://doi.org/10.1038/nature14295>
30. *Kumar P., Buldyrev S.V., Starr F.W., Giovambattista N., Stanley H.Eu.* Thermodynamics, structure, and dynamics of water confined between hydrophobic plates // *Phys. Rev. E.* 2005. V. 72. № 5. P. 051503. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.72.051503>
31. *Han S., Choi M.Y., Kumar P., Stanley H.Eu.* Phase transitions in confined water nanofilms // *Nature Physics.* 2010. V. 6. P. 685–689. <https://doi.org/10.1038/nphys1708>
32. *Zubeltzu J., Artacho E.* Simulation of water nano-confined between corrugated planes // *J. Chem. Phys.* 2017. V. 147. № 19. P. 194509. <https://doi.org/10.1063/1.5011468>
33. *Mahoney M.W., Jorgensen W.L.* A five-site model for liquid water and the reproduction of the density anomaly by rigid, nonpolarizable potential functions //

- J. Chem. Phys. 2000. V. 112. № 20. P. 8910–8922.  
<https://doi.org/10.1063/1.481505>
34. *Abascal J.L.F., Vega C.* A general purpose model for the condensed phases of water: TIP4P/2005 // J. Chem. Phys. 2005. V. 123. № 23. P. 234505.  
<https://doi.org/10.1063/1.2121687>
35. *Sanz E., Vega C., Abascal J.L.F., MacDowell L.G.* Phase Diagram of Water from Computer Simulation // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 92. № 25. P. 255701.  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.92.255701>
36. *Vega C., Abascal J.L.F., Sanz E., MacDowell L.G., McBride C.* Can simple models describe the phase diagram of water? // Journal of Physics: Condensed Matter. 2005. V. 17. № 45. P. S3283–S3288.  
<https://doi.org/10.1088/0953-8984/17/45/013>
37. *Steinhardt P.J., Nelson D.R., Ronchetti M.* Bond-orientational order in liquids and glasses // Phys. Rev. B. 1983. V. 28. № 2. P. 784.  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.28.784>
38. *Halperin B.I., Nelson D.R.* Theory of two-dimensional melting // Phys. Rev. Lett. 1978. V. 41. № 2. P. 121.  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.41.121>
39. *Nelson D.R., Halperin B.I.* Dislocation-mediated melting in two dimensions // Phys. Rev. B. 1979. V. 19. № 5. P. 2457.  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.19.2457>
40. *Thompson A.P., Aktulga H.M., Berger R. et al.* LAMMPS – a flexible simulation tool for particle-based materials modeling at the atomic, meso, and continuum scales // Computer Physics Communications. 2022. V. 271. P. 108171.  
<https://doi.org/10.1016/j.cpc.2021.108171>
41. *Chou T., Nelson D.R.* Buckling instability of a confined colloid crystal // Phys. Rev. E. 1993. V. 48. № 6. P. 4611.  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.48.4611>
42. *Hirata M., Yagasaki T., Matsumoto M., Tanaka H.* Phase diagram of TIP4P/2005 water at high pressure // Langmuir. 2017. V. 33 № 42. P. 11561–11569.  
<https://doi.org/10.1021/acs.langmuir.7b01764>