

УДК 537.36

ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИЯ ОКОЛО ДВУХСЛОЙНЫХ КОМПОЗИТНЫХ МИКРОЧАСТИЦ

© 2024 г. Г. С. Ганченко¹, В. С. Шелистов^{1, *}, Е. А. Демёхин^{1, 2}

¹ Лаборатория электро- и гидродинамики микро- и наномасштабов,
Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации,
Ленинградский просп. 49/2, Москва, 125167 Россия

² Лаборатория общей аэродинамики,
НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова
Мичуринский просп., 1, Москва, 119192 Россия

*e-mail: shelistov_v@mail.ru

Поступила в редакцию 06.08.2024 г.

После доработки 16.09.2024 г.

Принята к публикации 18.09.2024 г.

В работе представлены результаты численного моделирования поведения раствора электролита около сферической диэлектрической микрочастицы, покрытой однородной ионоселективной оболочкой, во внешнем электрическом поле. Предполагается, что частица зафиксирована, а электролит в отсутствие электрического поля покоится или движется с постоянной скоростью за счёт внешнего механического воздействия. Электрическое поле, в свою очередь, вызывает электроосмотическое движение электролита около частицы. Показано, что около такой композитной частицы может наблюдаться концентрационная поляризация, но электрокинетическая неустойчивость возникает лишь при достаточно большой толщине оболочки. Около частиц с поверхностным зарядом, противоположным заряду оболочки, могут наблюдаться нестационарные режимы течения, которые реализуются при небольшой толщине оболочки.

Ключевые слова: электроконвекция, электроосмос, композитная частица, концентрационная поляризация, неустойчивость, численное моделирование

ELECTROCONVECTION NEAR TWO-LAYER COMPOSITE MICROPARTICLES

© 2024 G. S. Ganchenko, V. S. Shelistov, E. A. Demekhin

This paper presents the results of a numerical simulation of an electrolyte solution behavior near a spherical dielectric microparticle covered with a homogeneous ion-selective shell under the influence of an external electric field. The particle is assumed to be stationary, and the electrolyte either stays still or is pumped externally with a constant velocity in absence of the electric field. The field, in turn, generates electroosmotic flow near the particle's surface. It is shown that concentration polarization can occur near the particle, whereas electrokinetic instability only occurs near particles with a sufficiently thick shell. When the particle's surface charge is opposite to the one of its shell, non-stationary regimes may be observed when the shell is thin enough.

Keywords: electrophoresis, electroosmosis, composite particle, concentration polarization, instability, numerical simulation

ВВЕДЕНИЕ

Исследование электроосмоса около твёрдых частиц неразрывно связано с исследованием электрофореза [1]. На частицу, погруженную в электролит, действуют силы, порождаемые электроосмотическим движением. К началу XXI столетия особый интерес приобрело изучение движения микрочастиц и жидкостей в микромасштабах – микрофлюидика. В частности электрофорез находит применение в лабораториях на чипе для решения задач медицинской диагностики и химического анализа [2].

Одной из основных характеристик электрофореза является зависимость развиваемой микрочастицей скорости от свойств электрического поля: эта зависимость оказывается различной для разных видов частиц. Смолуховский [1] изучал движение диэлектрических частиц и установил линейный характер зависимости их скорости от напряжённости поля. Позже Духин показал [3], что рассматриваемая зависимость более сложна, а в теоретических работах группы Ярива [4–6] было предсказано отклонение от линейной зависимости для сильных полей и сильнозаряженных частиц. Экспериментальное подтверждение этого предсказания было получено Тоттори [7]. Обзор современных представлений об электрофорезе диэлектрических частиц можно найти в работе Хаира [8].

Электрофорез ионоселективных частиц в жидком электролите демонстрирует гораздо более сложное поведение, обусловленное наличием концентрационной поляризации и электрокинетических процессов второго рода [9–14]. Скорость электрофореза сохраняет линейную зависимость от напряжённости поля, пока та мала [11], но с увеличением напряжённости зависимость усложняется [12], а в сильных полях возникают нестационарные режимы течения с различными видами неустойчивостей [13, 14].

При изучении поведения более сложных частиц, например, биологических, предположение об однородности частицы оказывается неприменимым [15, 16]. Одним из наиболее простых путей преодоления этого препятствия является рассмотрение композитных частиц, имеющих фиксированную внутреннюю структуру. Довольно удачной оказалась модель «мягких» частиц [17, 18], имеющих однородное ядро, непроницаемое для электролита, и однородную оболочку, проницаемую для ионов соли. При этом в данном направлении заметна нехватка теоретических изысканий, а существующие работы обычно используют заметные упрощения (в частности, линеаризуют уравнения движения). Отдельно можно выделить полуаналитический подход, основанный на сращивании асимптотических разложений, активно применяемый группой Ярива как для электрофореза [6], так и для смежных задач электрокинетики [19]. Тем не менее, возможности аналитического исследования электрокинетики приближаются к пределу, и дальнейшее развитие требует использования прямого численного моделирования.

В настоящей работе предпринята попытка заполнить указанный пробел и смоделировать движение «мягкой» частицы в нелинейной постановке с минимальными упрощениями. Результаты численного моделирования могут быть использованы для предсказания режимов движения, возникающих в экспериментах, и создать задел для разработки лабораторий на чипе для манипулирования сложными биологическими частицами.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ

В работе рассматривается сферическая микрочастица, состоящая из сферического электронейтрального диэлектрического ядра радиуса \tilde{r}_0 и однородной равномерно заряженной оболочки из ионоселективного слоя толщины \tilde{L} (рис. 1). Предполагается, что

поверхность ядра несёт равномерный поверхностный заряд плотностью $\tilde{\sigma}$, а плотность объёмного заряда оболочки составляет \tilde{N} . Частица неподвижна и омывается раствором электронейтрального симметричного бинарного электролита с концентрациями ионов \tilde{C}_∞ , который прокачивается с внешней скоростью \tilde{U}_∞ . Для упрощения математической постановки значение \tilde{C}_∞ полагается достаточно малым, зарядовые числа ионов соли считаются равными ± 1 , а их коэффициенты диффузии полагаются равными. Указанные упрощения справедливы, например, для растворов KCl с концентрацией до сотен моль/м³, и позволяют сократить число параметров задачи. На систему действует внешнее электрическое поле напряжённости \tilde{E}_∞ . Данная постановка аналогична постановке для электрофореза [20], но \tilde{U}_∞ выступает в роли дополнительного параметра.

Рис. 1. Схематическое изображение композитной микрочастицы

Если пренебречь химическими реакциями и диссоциацией жидкости-растворителя, поведение ионов разбавленного электролита можно описать системой уравнений Нернста-Планка, к которым следует добавить уравнение Пуассона, описывающее распределение электрического потенциала, и уравнения Навье-Стокса для поля скоростей. В силу малости характерных чисел Рейнольдса уравнения Навье-Стокса берутся в стоксовском приближении:

$$\frac{\partial \tilde{C}^\pm}{\partial \tilde{t}} + \tilde{\mathbf{U}} \cdot \tilde{\nabla} \tilde{C}^\pm = \pm \frac{\tilde{D}\tilde{F}}{\tilde{R}\tilde{T}} \tilde{\nabla} \cdot (\tilde{C}^\pm \tilde{\nabla} \tilde{\Phi}) + \tilde{D} \tilde{\nabla}^2 \tilde{C}^\pm; \quad (1)$$

$$\tilde{\epsilon} \tilde{\nabla}^2 \tilde{\Phi} = -\tilde{F} (\tilde{C}^+ - \tilde{C}^-); \quad (2)$$

$$\tilde{\nabla} \tilde{\Pi} - \tilde{\mu} \tilde{\nabla}^2 \tilde{\mathbf{U}} = -\tilde{F} (\tilde{C}^+ - \tilde{C}^-) \tilde{\nabla} \tilde{\Phi}; \quad (3)$$

$$\tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{U}} = 0. \quad (4)$$

Уравнения (1)–(4) удобно решать в сферической системе координат с началом в центре частицы. Поскольку система обладает осевой симметрией вдоль направления электрического поля, она решается в осесимметричной постановке, поэтому из пространственных переменных остаётся радиус r и азимутальный угол $0 \leq \theta \leq \pi$. Неизвестными являются молярные концентрации ионов \tilde{C}^{\pm} , электрический потенциал $\tilde{\Phi}$, давление \tilde{P} и вектор скорости \tilde{U} . Символом \tilde{F} обозначена постоянная Фарадея, \tilde{R} – универсальная газовая постоянная, \tilde{T} – абсолютная температура, которая полагается неизменной. Коэффициент диффузии ионов электролита обозначен через \tilde{D} , динамическая вязкость электролита – $\tilde{\mu}$, его абсолютную диэлектрическую проницаемость – $\tilde{\epsilon}$. Последние две величины полагаются постоянными, не зависящими от локальной концентрации ионов. Диэлектрическая проницаемость ядра обозначается через $\tilde{\epsilon}_p$, а диэлектрическая проницаемость оболочки, которая заполняется электролитом, полагается равной $\tilde{\epsilon}$. Коэффициенты диффузии ионов в оболочке для простоты приравниваются к \tilde{D} . Тильда в обозначениях соответствует размерным величинам.

Для обезразмеривания выбраны следующие характерные величины: радиус ядра r_0 , коэффициент диффузии \tilde{D} (входящий в характерное время r_0^2/\tilde{D} и характерную скорость \tilde{D}/r_0), термический потенциал $\tilde{\Phi}_0 = \tilde{R}\tilde{T}/\tilde{F}$, концентрация \tilde{C}_∞ , и вязкость $\tilde{\mu}$. Отметим, что выбор диффузионной скорости в качестве характерной позволяет полагать скорость прокачки нулевой, но при этом не привносит ограничений в гидродинамику. В безразмерной форме в уравнениях (1)–(4) появляется два безразмерных параметра: число Дебая $\nu = \tilde{\lambda}_D/r_0$, где $\tilde{\lambda}_D^2 = \tilde{\epsilon}\tilde{R}\tilde{T}/\tilde{F}^2\tilde{C}_\infty$ – квадрат толщины двойного электрического слоя, и коэффициент сцепления между гидродинамической и электростатической частями задачи $\kappa = \tilde{\epsilon}\tilde{\Phi}_0^2/\tilde{\mu}\tilde{D}$. Сами уравнения принимают вид

$$\frac{\partial C^{\pm}}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla C^{\pm} = \pm \nabla \cdot (C^{\pm} \nabla \Phi) + \nabla^2 C^{\pm}; \quad (5)$$

$$v^2 \nabla^2 \Phi = C^{-} - C^{+}; \quad (6)$$

$$-\nabla \Pi + \nabla^2 \mathbf{U} = \frac{\kappa}{v^2} (C^{+} - C^{-}) \nabla \Phi; \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0. \quad (8)$$

Уравнения (5)–(8) в данной форме применимы не во всех областях. Так, в ядро не проникает электролит, поэтому при $r < 1$ $C^{\pm} = \mathbf{U} = 0$ и изо всей системы остаётся только уравнение (6), вырождающееся в уравнение Лапласа. Для удобства постановки граничных условий обозначим электрический потенциал внутри ядра через ϕ :

$$\nabla^2 \phi = 0. \quad (9)$$

В оболочке, $1 < r < 1+L$, отсутствует движение электролита, $\mathbf{U} = 0$, и уравнения (5)–(6) принимают вид

$$\frac{\partial C^{\pm}}{\partial t} = \pm \nabla \cdot (C^{\pm} \nabla \Phi) + \nabla^2 C^{\pm}; \quad (10)$$

$$v^2 \nabla^2 \Phi = C^{-} - C^{+} - N, \quad (11)$$

где $N = \tilde{N}/\tilde{C}_{\infty}$ – безразмерная объёмная плотность заряда. Этот параметр определяет способность оболочки притягивать ионы одного знака и отталкивать ионы противоположного знака: при $N = -\infty$ оболочка является идеально катиноселективной, при $N = +\infty$ – идеально аниноселективной. Подробнее о его влиянии указано в работе [21] на примере плоской мембраны.

Рассмотренная постановка содержит несколько границ, на каждой из которых ставятся свои условия. Все неизвестные функции считаются непрерывными во всей области. На границах $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ ставятся условия симметрии для C^{\pm} , Φ и нормальной компоненты скорости U_r , а для тангенциальной компоненты – условие антисимметрии

$U_0 = 0$. При $r = 0$ принимается нулевой уровень потенциала, $\phi = 0$, и ставится условие отсутствия особенности. На границе ядра, $r = 1$, следует ожидать скачок напряжённости на величину $\delta = \varepsilon_p / \varepsilon$ и отсутствие потока ионов:

$$r = 1: \Phi = \phi; \nu \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \delta \nu \frac{\partial \phi}{\partial r} - \sigma; \pm C^\pm \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial C^\pm}{\partial r} = 0. \quad (12)$$

На границе оболочки, $r = 1 + L$, полагаются простые условия прилипания и непротекания жидкости, $U = 0$, которые обеспечивают непрерывность поля скоростей. Их можно рассматривать как частный случай условий проскальзывания жидкости около гидрофобной поверхности [22]. На удалении от частицы концентрации ионов стремятся к равновесному значению, напряжённость – к напряжённости внешнего поля, а скорость – к скорости набегания потока:

$$r \rightarrow \infty: C^\pm \rightarrow 1; \Phi \rightarrow -E_\infty r \cos \theta; U_r \rightarrow U_\infty \cos \theta; U_\theta \rightarrow U_\infty \sin \theta. \quad (13)$$

Наконец, в начальный момент времени электролит считается невозмущённым:

$$t = 0: C^\pm = 1. \quad (14)$$

Это условие не учитывает перераспределения ионов за счёт присутствующего в частице заряда, но расчёты показывают, что такое перераспределение происходит очень быстро (в течение нескольких шагов по времени) и не оказывает влияния на дальнейшее поведение системы.

Для решения системы (5)–(14) используется модификация конечноразностного метода второго порядка аппроксимации по пространству и третьего – по времени, ранее применявшегося для решения задачи электрофореза [20]. На каждом шаге по времени стационарные уравнения (6)–(9) при помощи разложения по собственным функциям операторов дифференцирования по углу преобразуются в системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Система для (9) решается аналитически и подставляется в граничные условия (12), остальные уравнения записываются в разностной форме и

сводятся к системам линейных алгебраических уравнений с 3- и 5-диагональными матрицами, которые решаются методом прогонки. Найденные распределения потенциала и скоростей подставляются в уравнения (5), которые интегрируются полунявным методом Рунге-Кутты [23].

В представленных ниже расчётах следующие значения параметров не менялись: $\nu = 10^{-3}$, $\kappa = 0.2$, $N = -10$ (катиноселективная оболочка с хорошей селективностью), $\delta = 0.05$. Напряжённость внешнего электрического поля E_∞ , плотность поверхностного заряда ядра σ и скорость набегающего электролита U_∞ варьировались, оставаясь постоянными в рамках каждого из расчётов, при этом направление E_∞ и U_∞ соответствовало схеме на рис. 1.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

При сравнении электрофореза диэлектрических и ионоселективных частиц основным различием оказывается наличие электрического тока через поверхность частицы. Для рассматриваемой задачи также представляется логичным оценить ток через границу оболочки:

$$j^+(\theta) = \left(C^+ \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial C^+}{\partial r} \right) \Big|_{r=1+L} .$$

Согласно схеме на рис. 1, катионы заходят в оболочку слева, $\theta > \pi/2$, а выходят справа, $\theta < \pi/2$. В стационарных режимах общий заряд оболочки остаётся неизменным, поэтому выполняется условие $\int_0^\pi j^+(\theta) \sin \theta d\theta = 0$. В общем случае это условие может нарушаться (в том числе – в момент $t = 0$).

Для ионоселективных поверхностей характерна концентрационная поляризация – перераспределение ионов электролита около такой поверхности за счёт воздействия

внешнего поля с обессоливанием и формированием области пространственного заряда со стороны анода, а также с накоплением соли со стороны катода [11]. В достаточно сильных полях концентрация соли может значительно превосходить равновесную [13]. На рис. 2 представлены распределения заряда и суммарной концентрации ионов в неподвижном электролите около частиц с различной толщиной оболочки. Как видно, концентрационная поляризация имеет место даже около тонкой оболочки.

Рис. 2. Распределения плотности заряда $\rho = C^+ - C^-$ и концентрации соли $K = C^+ + C^-$

снаружи частицы при $E_\infty = 10$, $U_\infty = 0$ и $\sigma = 0$. (а) $L = 0.1$, (б) $L = 0.5$, (в) $L = 1.0$.

Распределения внутри оболочки не показаны.

На рис. 3 показаны характерные распределения тока через границу оболочки и электрического потенциала вдоль оси симметрии. На графике (б) можно отметить значительное падение напряжения в области пространственного заряда, обозначенное через ΔV_{SCR} , которое в сочетании с током через частицу порождает электрокинетическую неустойчивость. Электроконвекция, вызванная неустойчивостью, хорошо различима на графике (в) на рис. 2.

Рис. 3. Распределения (а) тока через поверхность $j^+(\theta)$ и (б) электрического потенциала Φ вдоль оси симметрии $x = r \cos \theta$ при $E_\infty = 5$, $\sigma = 0$ и $L = 1.0$. Кривые 1 – $U_\infty = 0$, кривые

$$2 - U_\infty = 50.$$

Если для оценки интенсивности электрофореза обычно используется значение скорости U_∞ , то интенсивность электроосмоса около неподвижной частицы удобно оценивать по интегральному току. В настоящей работе для этой цели вводится величина

$$j_{\text{abs}} = 2\pi(1 + L^2) \int_0^\pi |j(\theta) \sin \theta d\theta|.$$

Нанося на график значения ΔV_{SCR} и j_{abs} , реализующиеся в различных режимах, можно построить вольт-амперные характеристики микрочастицы. Примеры таких характеристик приведены на рис. 4. Зависимость ΔV_{SCR} от E_∞ , как показано на графиках (а) и (в), практически линейна. Графики (б) и (г) демонстрируют поведение, аналогичное электромембранным системам: при малом падении напряжения реализуется допредельный режим (ток растёт пропорционально напряжению), при умеренном – предельный режим (рост тока резко замедляется). При достаточно большой толщине оболочки реализуется и сверхпредельный режим: при превышении критического значения ΔV_{SCR}^* возникает электроконвекция, интенсифицирующая ток. Наблюдаемое значение ΔV_{SCR}^* соответствует теоретическим предсказаниям работы [24].

Рис. 4. (а), (в) – зависимость падения напряжения в области пространственного заряда ΔV_{SCR} от напряжённости внешнего поля E_∞ ; (б), (г) – зависимость интегрального тока j_{abs} от ΔV_{SCR} . Графики (а) и (б) построены без адвекции, $U_\infty = 0$, графики (в) и (г) – с адвекцией, $U_\infty = 50$. Кривые 1 – $L = 0.1$, кривые 2 – $L = 0.5$, кривые 3 – $L = 1.0$. Во всех случаях $\sigma = 0$. Пунктир соответствует нестационарным режимам (с электроконвекцией), для которых значения тока усредняются по времени.

На рис. 4 заметно увеличение тока через частицу с увеличением толщины её оболочки. Это во многом обусловлено увеличением площади поверхности частицы. В то же время, с увеличением толщины оболочки увеличивается и падение напряжения в области пространственного заряда, поэтому для возникновения электроконвекции около частиц с тонкими оболочками требуется более сильное поле. Адвекция качественно не влияет на поведение системы: падение напряжения несколько уменьшается, ток увеличивается. Увеличение тока связано с конвективным притоком носителей заряда в область обессоливания. Структура течения не претерпевала качественных изменений даже при $U_{\infty} = 1000$. Проскальзывание жидкости около оболочки в настоящей работе не рассматривалось, однако можно ожидать, что его вклад также будет количественным, выражаясь, главным образом, в сдвиге порога возникновения неустойчивости влево [25].

Влияние заряда поверхности ядра на описанные выше эффекты оказалось настолько незначительным, что на графиках оно не представлено. Сколь-нибудь значительное воздействие отмечено только в случае, когда толщина оболочки мала, а её заряд противоположен по знаку заряду поверхности ядра. Этот случай изучен авторами в отдельной работе, препринт которой доступен по запросу [26].

В завершение отметим, что при уменьшении абсолютного значения заряда оболочки уменьшается её селективность и увеличивается проводимость, что приводит к уменьшению ΔV_{SCR} . Как следствие, для возникновения заметной концентрационной поляризации требуется приложить более сильное поле и критическое значение ΔV_{SCR}^* смещается вправо. Тем не менее, толщина оболочки и в этом случае определяет, возникнет ли электроконвекция вообще. Здесь необходимо подчеркнуть отличие рассматриваемой постановки от электромембранной системы с неидеальной мембраной [21]: если в последней проводимость мембраны играет определяющую роль в проводимости всей системы, то в рассматриваемой постановке поток ионов может идти в

обход частицы, поэтому проводимость системы определяется проводимостью электролита.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты численного моделирования электрокинетики в электролите около сферической диэлектрической микрочастицы, покрытой ионоселективной оболочкой. Показано, что около оболочки, вне зависимости от её толщины, возникает концентрационная поляризация, но электроконвекция может возникнуть только при достаточно большой толщине оболочки. Прокачка электролита и заряд на поверхности диэлектрика не оказывают качественного влияния на динамику системы. Результаты работы могут использоваться для разработки методов управления композитными микрочастицами, в том числе биологическими, и для разработки методов исследования структуры таких частиц в микроустройствах.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 22-79-10085).

СОБЛЮДЕНИЕ ЭТИЧЕСКИХ СТАНДАРТОВ

В данной работе отсутствуют исследования человека или животных.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Paillot R. M.* Smoluchowski – Contribution à la théorie de l'endosmose électrique et de quelques phénomènes corrélatifs (Bulletin de l'Académie des Sciences de Cracovie, mars 1903)
// J. Phys.: Theor. Appl. 1904. V. 3. № 1. P. 912.
<https://doi.org/10.1051/jphystap:019040030091201>
2. *Mohammadi R., Afsaneh H., Rezaei B., Zand M.M.* On-chip dielectrophoretic device for cancer cell manipulation: A numerical and artificial neural network study // *Biomicrofluidics*. 2023. V. 17. P. 024102.
<https://doi.org/10.1063/5.0131806>
3. *Духин С.С., Дерягин Б.В.* Электрофорез. М.: Наука. 1976.
4. *Schnitzer O., Yariv E.* Strong-field electrophoresis // *J. Fluid Mech.* 2012. V. 701. P. 333–351.
<https://doi.org/10.1017/jfm.2012.161>
5. *Schnitzer O., Zeyde R., Yavneh I., Yariv E.* Weakly nonlinear electrophoresis of a highly charged colloidal particle // *Phys. Fluids*. 2013. V. 25. № 5. P. 052004.
<https://doi.org/10.1063/1.4804672>
6. *Schnitzer O., Yariv E.* Nonlinear electrophoresis at arbitrary field strengths: small-Dukhin-number analysis // *Phys. Fluids*. 2014. V. 26. № 12. P. 122002.
<https://doi.org/10.1063/1.4902331>
7. *Tottori S., Misiunas K., Keyser U.F., Bonthuis D.J.* Nonlinear electrophoresis of highly charged nonpolarizable particles // *Phys. Rev. Lett.* 2019. V. 123. № 1. P. 014502.
<https://doi.org/10.1103/physrevlett.123.014502>
8. *Khair A.S.* Nonlinear electrophoresis of colloidal particles // *Curr. Opin. Colloid Interface Sci.* 2022. V. 59. P. 101587.
<https://doi.org/10.1016/j.cocis.2022.101587>

9. *Dukhin S.S.* Electrokinetic phenomena of the second kind and their applications // *Adv. Colloid Interface Sci.* 1991. V. 35. P. 173–196.
[https://doi.org/10.1016/0001-8686\(91\)80022-c](https://doi.org/10.1016/0001-8686(91)80022-c)
10. *Yariv E.* Migration of ion-exchange particles driven by a uniform electric field // *J. Fluid Mech.* 2010. V. 655. P. 105–121.
<https://doi.org/10.1017/s0022112010000716>
11. *Frants E.A., Ganchenko G.S., Shelistov V.S., Amiroudine S., Demekhin E.A.* Nonequilibrium electrophoresis of an ion-selective microgranule for weak and moderate external electric fields // *Phys. Fluids.* 2018. V. 30. № 2. P. 022001.
<https://doi.org/10.1063/1.5010084>
12. *Mishchuk N.A., Takhistov P.V.* Electroosmosis of the second kind // *Colloids Surf. A Physicochem. Eng. Asp.* 1995. V. 95. № 2–3. P. 119–131.
[https://doi.org/10.1016/0927-7757\(94\)02988-5](https://doi.org/10.1016/0927-7757(94)02988-5)
13. *Ganchenko G.S., Frants E.A., Shelistov V.S., Nikitin N.V., Amiroudine S., Demekhin E.A.* Extreme nonequilibrium electrophoresis of an ion-selective microgranule // *Phys. Rev. Fluid.* 2019. V. 4. № 4. P. 043703.
<https://doi.org/10.1103/physrevfluids.4.043703>
14. *Ganchenko G.S., Frants E.A., Amiroudine S., Demekhin E.A.* Instabilities, bifurcations, and transition to chaos in electrophoresis of charge-selective microparticle // *Phys. Fluids.* 2020. V. 32. № 5. P. 054103.
<https://doi.org/10.1063/1.5143312>
15. *Kłodzińska E., Szumski M., Dziubakiewicz E., Hrynkiwicz K., Skwarek E., Janusz W., Buszewski B.* Effect of zeta potential value on bacterial behavior during electrophoretic separation // *Electrophoresis.* 2010. V. 31. № 9. P. 1590–1596.
<https://doi.org/10.1002/elps.200900559>

16. *Polaczyk A.L., Amburgey J.E., Alansari A., Poler J.C., Propato M., Hill V.R.* Calculation and uncertainty of zeta potentials of microorganisms in a 1:1 electrolyte with a conductivity similar to surface water // *Colloids Surf. A Physicochem. Eng. Asp.* 2020. V. 586. P. 124097.
<https://doi.org/10.1016/j.colsurfa.2019.124097>
17. *Maurya S.K., Gopmandal P.P., Ohshima H., Duval J.F.L.* Electrophoresis of composite soft particles with differentiated core and shell permeabilities to ions and fluid flow // *J. Colloid Interface Sci.* 2020. V. 558. P. 280–290.
<https://doi.org/10.1016/j.jcis.2019.09.118>
18. *Ohshima H.* Approximate analytic expressions for the electrophoretic mobility of spherical soft particles // *Electrophoresis.* 2021. V. 42. № 21–22. P. 2182–2188.
<https://doi.org/10.1002/elps.202000339>
19. *Schnitzer O., Yariv E.* Streaming-potential phenomena in the thin-Debye-layer limit. Part 3. Shear-induced electroviscous repulsion // *J. Fluid Mech.* 2016. V. 786. P. 84–109.
<https://doi.org/10.1017/jfm.2015.647>
20. *Франц Е.А., Шелистов В.С., Ганченко Г.С., Горбачёва Е.В., Алексеев М.С., Демёхин Е.А.* Электрофорез диэлектрической частицы в сильном электрическом поле // *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества.* 2021. Т. 18. № 4. С. 33–40.
<https://doi.org/10.31429/vestnik-18-4-33-40>
21. *Ганченко Г.С., Калайдин Е.Н., Чакраборти С., Демёхин Е.А.* Гидродинамическая неустойчивость при омических режимах в несовершенных электрических мембранах // *Доклады Академии наук.* 2017. Т. 474. № 3. С. 296–300.
<https://doi.org/10.7868/s0869565217150063> [*Ganchenko G.S., Kalaydin E.N., Chakraborty S., Demekhin E.A.* Hydrodynamic instability in ohmic regimes with imperfect electric membranes // *Doklady Physics.* 2017. V. 62. № 5. P. 266–270.]

<https://doi.org/10.1134/S1028335817050111>]

22. *Maduar S.R., Belyaev A. V., Lobaskin V., Vinogradova O.I.* Electrohydrodynamics near hydrophobic surfaces // *Phys. Rev. Lett.* 2015. V. 114. № 11. P. 118301.

<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.114.118301>

23. *Nikitin N.V.* Third-order-accurate semi-implicit Runge-Kutta scheme for incompressible Navier-stokes equations // *Int. J. Numer. Methods Fluids.* 2006. V. 51. № 2. P. 221–233.

<https://doi.org/10.1002/fld.1122>

24. *Demekhin E.A., Nikitin N.V., Shelistov V.S.* Direct numerical simulation of electrokinetic instability and transition to chaotic motion // *Phys. Fluids.* 2013. V. 25. № 12. P. 122001.

<https://doi.org/10.1063/1.4843095>

25. *Shelistov V.S., Demekhin E.A., Ganchenko G.S.* Electrokinetic instability near charge-selective hydrophobic surfaces // *Phys. Rev. E.* 2014. V. 90. № 1. P. 013001.

<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.90.013001>

26. *Ганченко Г.С., Шелистов В.С., Демёхин Е.А.* Особенности электрофореза композитной микрочастицы с тонкой ионоселективной оболочкой // *Письма в ЖЭТФ* (готовится к отправке). [*Ganchenko G.S., Shelistov V.S., Demekhin E.A.* Features of electrophoresis of a composite microparticle with a thin ion-selective shell // *JETP Letters* (in preparation)]

ПОДПИСИ К РИСУНКАМ

Рис. 1. Схематическое изображение композитной микрочастицы

Рис. 2. Распределения плотности заряда $\rho = C^+ - C^-$ и концентрации соли $K = C^+ + C^-$ снаружи частицы при $E_\infty = 10$, $U_\infty = 0$ и $\sigma = 0$. (а) $L = 0.1$, (б) $L = 0.5$, (в) $L = 1.0$. Распределения внутри оболочки не показаны.

Рис. 3. Распределения (а) тока через поверхность $j^+(\theta)$ и (б) электрического потенциала Φ вдоль оси симметрии $x = r \cos \theta$ при $E_\infty = 5$, $\sigma = 0$ и $L = 1.0$. Кривые 1 – $U_\infty = 0$, кривые 2 – $U_\infty = 50$.

Рис. 4. (а), (в) – зависимость падения напряжения в области пространственного заряда ΔV_{SCR} от напряжённости внешнего поля E_∞ ; (б), (г) – зависимость интегрального тока j_{abs} от ΔV_{SCR} . Графики (а) и (б) построены без адвекции, $U_\infty = 0$, графики (в) и (г) – с адвекцией, $U_\infty = 50$. Кривые 1 – $L = 0.1$, кривые 2 – $L = 0.5$, кривые 3 – $L = 1.0$. Во всех случаях $\sigma = 0$. Пунктир соответствует нестационарным режимам (с электроконвекцией), для которых значения тока усредняются по времени.

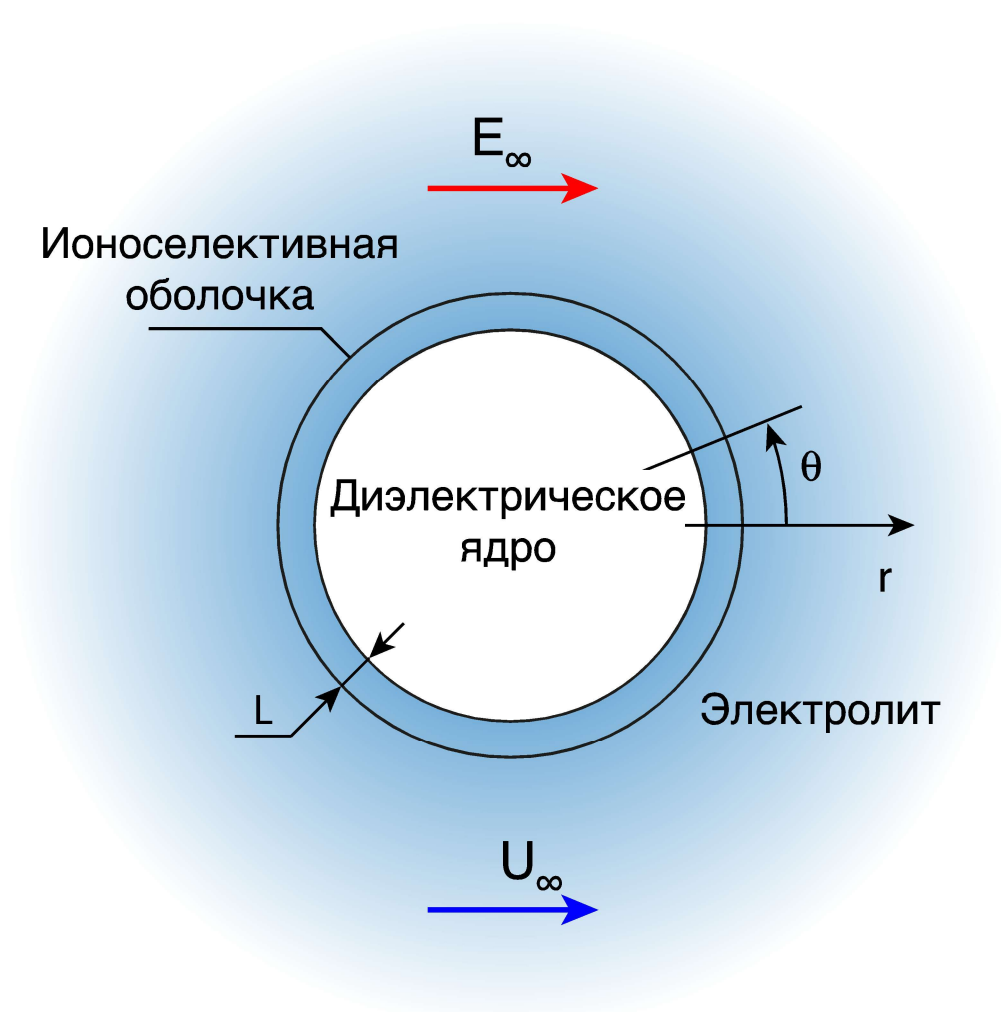


Рисунок 1. Шелистов

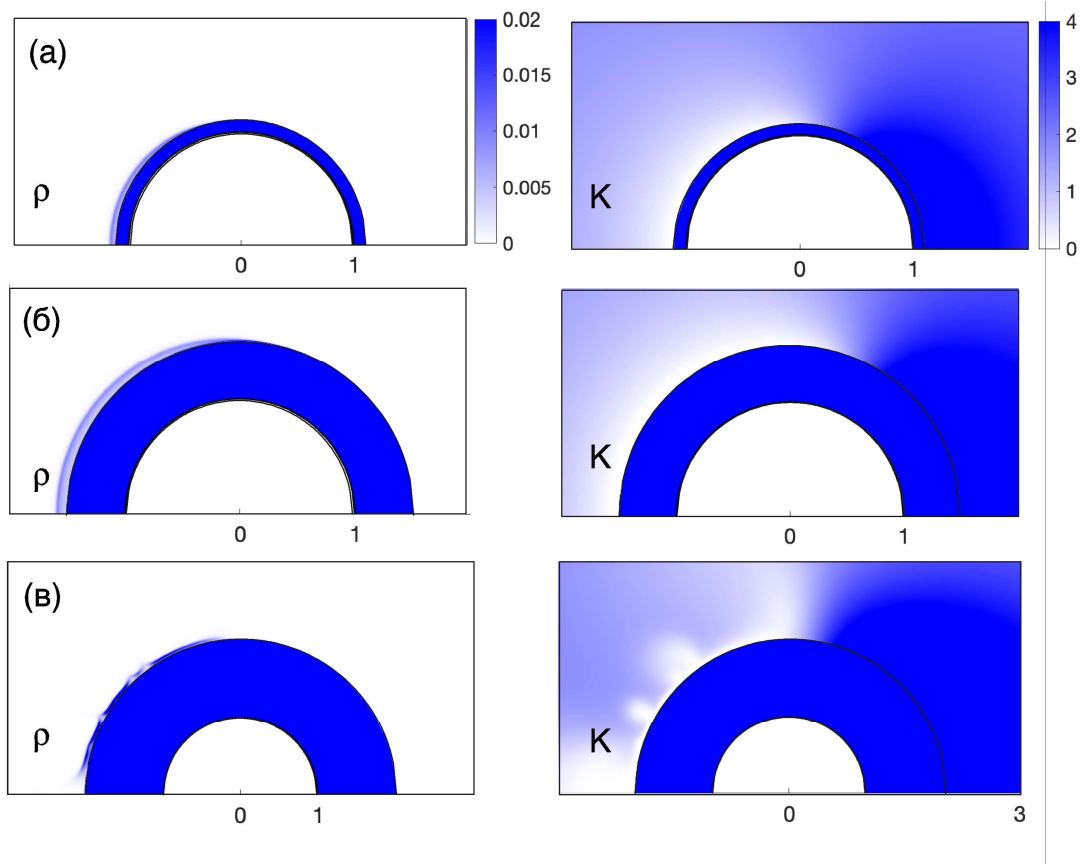


Рисунок 2. Шелистов

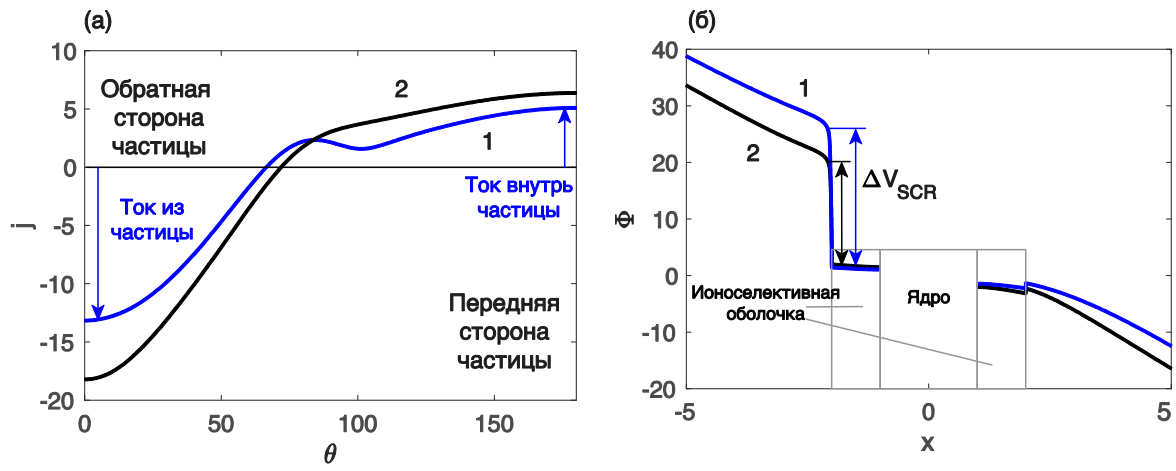


Рисунок 3. Шелистов

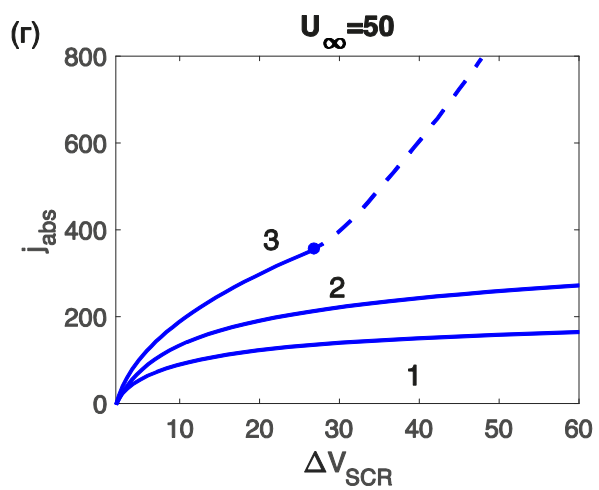
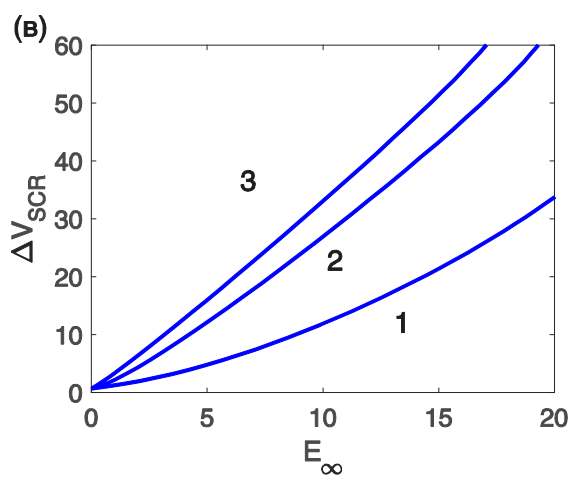
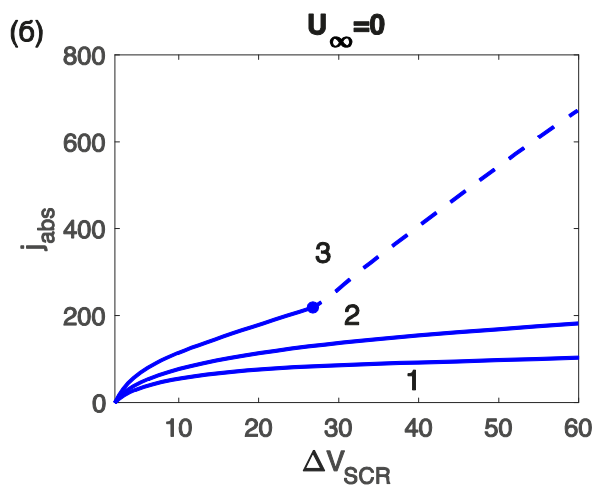
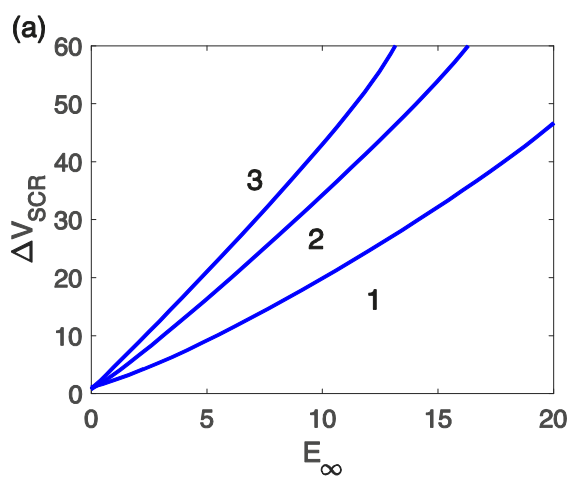


Рисунок 4. Шелистов